Aufgabe	Lösung	Erläuterung

1. Geradenpunkte berechnen

1.1. Funktionswerte berechnen – Berechne den y-Wert an einer Stelle x0

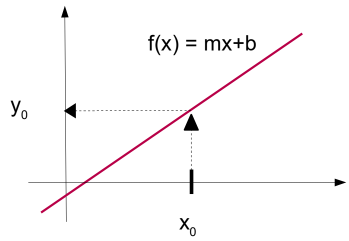
a) Berechne f(–3), f(–1), f(0) und f(4) für die Funktion f mit f(x) = 3x.

a) $f(-3) = 3 \cdot (-3) = -9$
$f(-1) = 3 \cdot (-1) = -3$
$f(0) = 3 \cdot 0 = 0$
$f(4) = 3 \cdot 4 = 12$

b) Berechne zu den x-Werten –5; –2; 2 und 5 die y-Werte für die Funktion f mit: f(x) = –x 2 + 5

b) $f(-5) = -(-5)^2 + 5 = -25 + 5 = -20$
$f(-2) = -(-2)^2 + 5 = -4 + 5 = 1$
$f(2) = -2^2 + 5 = -4 + 5 = 1$
$f(5) = -5^2 + 5 = -25 + 5 = -20$

Mit Hilfe des Funktionsterms f(x) kannst du alle Funktionswerte y einer Funktion f berechnen:
Setzt du in den Funktionsterm f(x) für x eine Zahl ein, so erhältst du deren Funktionswert y.



1.2. Berechne den x-Wert für ein y_0

1.2.1. Berechne den x-Wert für ein y = 0 – die Nullstelle

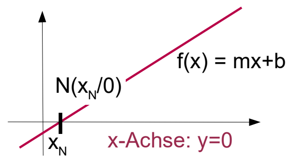
> Die **Nullstelle** einer Funktion f(x) ist die x-Koordinate des Schnittpunktes $N(x_n\ I\ 0)$ von **Funktionsgraf** und **x-Achse**.

g: $f(x) = 2x-4$

Nullstelle: $f(x) = 0$

$2x - 4 = 0 \quad | +4$
$2x = 4 \quad | :2$
$x_n = 2 \Rightarrow N(2|0)$

Der y – Wert ist gleich 0.
Man berechnet die Nullstelle, indem man den Funktionsterm f(x) gleich Null setzt und dann nach x auflöst.
Jede lineare Funktion f(x) = mx + b besitzt für m ≠ 0 genau eine Nullstelle: $N(-{}^{b}/_{m}\ |\ 0)$



1.2.2. Berechne den x-Wert für ein allgemeines y_0

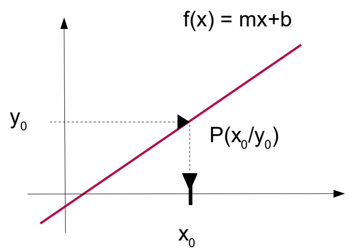
Gesucht ist der x – Wert, für den die Gerade den y-Wert 5 erreicht.
a) $y = -x + 3$

a) $5 = -x + 3 \quad | -3$
$2 = -x \quad |:(-1)$
$-2 = x$

Gesucht ist der x – Wert, für den die Gerade den y-Wert 12 erreicht.
b) $y = 0{,}7x + 0{,}5$

b) $12 = 0{,}7\,x + 0{,}5 \quad | -0{,}5$
$11{,}5 = 0{,}7\,x \quad |: 0{,}7$
$16{,}43 = x$

Der gegebene y – Wert ist auf der linken Seite für y einzusetzen und die Gleichung nach x aufzulösen



1.3. Liegt der angegebene Punkt auf der Geraden

Welche der Punkte A,B,C und D liegen auf der Geraden mit der Gleichung y = 0,5x – 3?

a) A(6|0)
b) B(5|0,5)
c) C(–2|–2)
d) D(–3|–4,5)

a) $0{,}5 \cdot 6 - 3 = 3 - 3 = 0$
b) $0{,}5 \cdot 5 - 3 = 2{,}5 - 3 = -0{,}5 \neq 0{,}5$
c) $0{,}5 \cdot (-2) - 3 = -1 - 3 = -4 \neq -2$
d) $0{,}5 \cdot (-3) - 3 = -1{,}5 - 3 = -4{,}5$

Die Punkte A und D liegen auf der Geraden.
Die Punkte B und C liegen nicht auf der Geraden.

Sollst du prüfen, ob ein Punkt P auf einer Geraden liegt, dann gehe so vor:
1. Setze die x-Koordinate von P für x in den Funktionsterm ein und berechne.
2. Ist die y-Koordinate gleich dem Funktionswert, dann liegt P auf der Geraden, andernfalls nicht.

Aufgabe	Lösung	Erläuterung

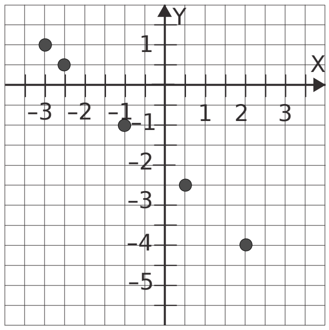
1.4. Wertetabelle aus Funktionsgleichung aufstellen

a) Stelle für die Funktion f eine Wertetabelle auf und zeichne den Funktionsgraphen:

$f(x) = -x - 2$

$D = \{-3; -2{,}5; -1; 0{,}5; 2\}$

x	−3	−2,5	−1	0,5	2
y	1	0,5	−1	−2,5	−4



A. Gehören zur Definitionsmenge nur wenige Zahlen, dann:

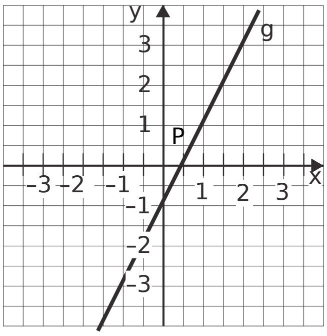
1. Trage in die erste Zeile der Wertetabelle alle x-Werte ein.
2. Berechne zu den x-Werten die y-Werte und schreibe sie in die zweite Zeile der Tabelle unter die x-Werte.

2. Gerade zeichnen

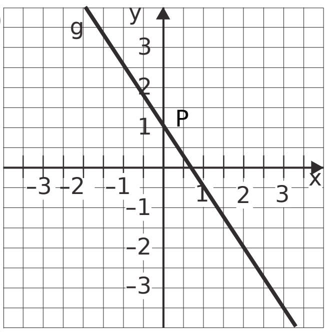
2.1. Steigungsdreieck zeichnen

Zeichne an den Punkt P der Geraden g ein Steigungsdreieck Bestimme dann die Steigung m der Geraden g mit Hilfe dieses Steigungsdreiecks.

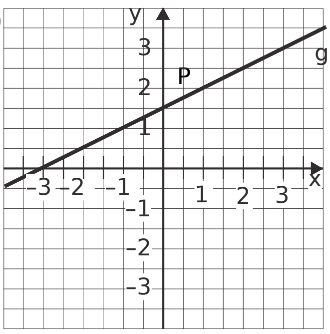
a)



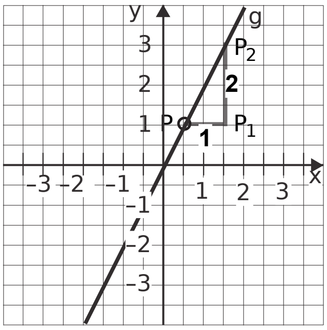
b)



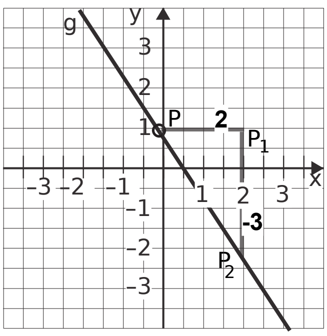
c)



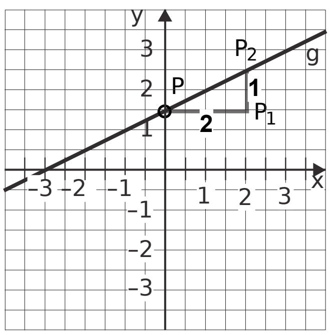
a) $\frac{\text{Länge der y-Kathete}}{\text{Länge der x-Kathete}} = \frac{2}{1}$; m = 2



b) $\frac{\text{Länge der y-Kathete}}{\text{Länge der x-Kathete}} = -\frac{3}{2}$; m = – 1,5



c) $\frac{\text{Länge der y-Kathete}}{\text{Länge der x-Kathete}} = \frac{1}{2}$; $m = \frac{1}{2}$



Sollst du an einen Punkt P einer Geraden g ein Steigungsdreieck zeichnen, dann gehe so vor:

1. Gehe von P aus eine oder mehrere Einheiten nach rechts. Nenne den Punkt P_1 .
2. Liegt die Gerade oberhalb von P_1, dann gehe von P_1 aus nach oben, bis du auf die Gerade triffst. Nenne den Punkt P_2 .
3. Liegt die Gerade unterhalb von P_1, dann gehe von P_1 aus nach unten, bis du auf die Gerade triffst. Nenne den Punkt P_2.

Das Dreieck PP_1P_2 heißt „Steigungsdreieck“ :

Steigungsdreiecke sind rechtwinklige Dreiecke, deren Hypotenusen auf der Geraden liegen, deren eine Kathete parallel zur x-Achse („x-Kathete“) und deren andere Kathete parallel zur y-Achse („y-Kathete“) verläuft.

Dividierst du die Länge der y-Kathete durch die Länge der x-Kathete, dann erhältst du den Betrag der Steigung m der Geraden :

$$\frac{\text{Länge der y-Kathete}}{\text{Länge der x-Kathete}} = m$$

Gehst du von P aus genau eine Einheit nach rechts, dann ist die Länge der x-Kathete gleich 1. Für die y-Kathete gilt dann:

Länge der y-Kathete = |m|

Liegt die Gerade oberhalb von P_1, dann gilt für ihre Steigung m:
m = Länge der y-Kathete

Liegt die Gerade unterhalb von P_1, dann gilt für ihre Steigung m:
m = –(Länge der y-Kathete)

Aufgabe	**Lösung**	**Erläuterung**

2.2. Gerade mittels Steigungsdreieck zeichnen

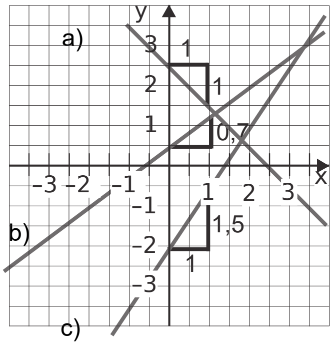
Zeichne die Geraden mit den Gleichungen

a) $y = -x + 3$

b) $y = 0{,}7x + 0{,}5$

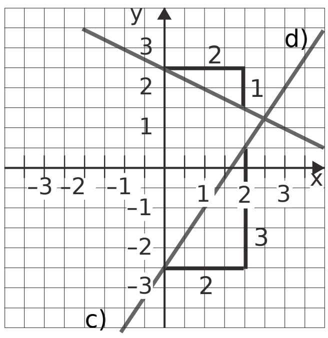
c) $y = 1{,}5x - 2$

d) $y = -\frac{1}{2}x + 3$



Zu c): Es ist $m = 1{,}5 = \frac{3}{2}$

Du kannst hier also auch von P(0|–2) aus 2 Einheiten nach rechts und 3 Einheiten nach oben gehen.



Kennst du die Gleichung einer Geraden „y = mx + n“, dann kannst du sie so zeichnen:

1. Gehe von P(0|n) aus eine Einheit nach rechts und |m| Einheiten nach
   a) oben, wenn m positiv ist, oder
   b) unten, wenn m negativ ist.
   In beiden Fällen erreichst du einen Punkt P_2 der Geraden.
2. Zeichne die Gerade durch P(0| n) und P_2. Dies ist die gesuchte Gerade.

Sind a und b natürliche Zahlen und gilt $m = \frac{a}{b}$, dann kannst du die Gerade auch so zeichnen:

1. Gehe von P(0| n) aus b Einheiten nach rechts und a Einheiten nach
   a) oben, wenn m positiv ist, oder
   b) unten, wenn m negativ ist.
   In beiden Fällen erreichst du einen Punkt P_2 der Geraden.
2. Zeichne die Gerade durch P(0|n) und P_2. Dies ist die gesuchte Gerade.

2.3. Gerade aus Wertetabelle zeichnen

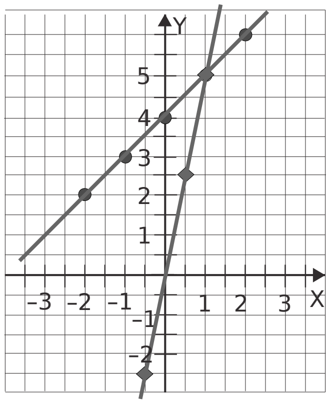
Suche die Gleichung einer Funktion, die sich durch die folgende Wertetabelle beschreiben lässt.

a)

x	–2	–1	0	1	2
y	2	3	4	5	6

b)

x	–1,5	–0,5	0,5	1	1,5
y	–7,5	–2,5	2,5	5	7,5



a) Addierst du zu einer Zahl der ersten Zeile die Zahl 4, so erhältst du die darunter stehende Zahl.

$y = x + 4$

b) Multiplizierst du eine Zahl der ersten Zeile mit der Zahl 5, so erhältst du die darunter stehende Zahl.

$y = 5x$

Aufgabe	**Lösung**	**Erläuterung**

2.4. Steigungswinkel einer Geraden

Gib den Steigungswinkel der Geraden an:

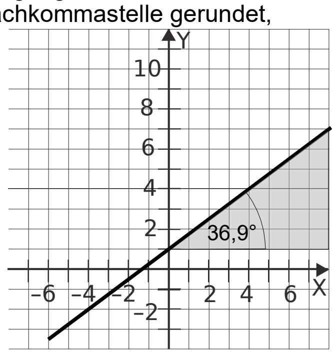
g_1: f(x)= ¾ x + 1

g_2: f(x)= –½ x + 1

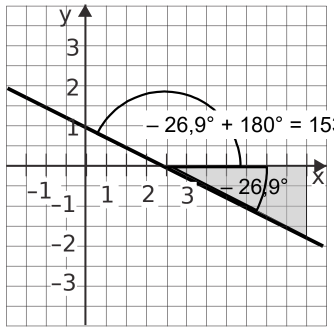
g_3: f(x) = 2

g_4: x = 5

g_1: m_1 = ¾   => α_1 = arctan(¾) ≈ 36.9°
Steigungswinkel werden auf eine Nachkommastelle gerundet,



g_2: m_2 = –½ => α_2 = arctan(–½) ≈ –26.9°
a_2'<0 => neg. Drehsinn
α_1= –26,6° + 180° = 153,4°



g_3: Eine Gerade, die parallel zur x-Achse verläuft, hat die Steigung null:
m = 0 / Δx = 0

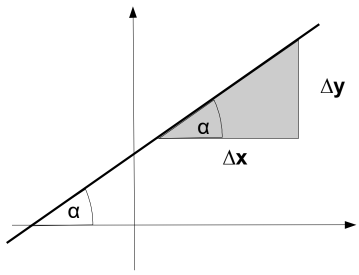
g_4: x = 5 Für eine Gerade, die parallel zur y-Achse verläuft, macht der Steigungsbegriff keinen Sinn, da tan(90°) bzw. m = Δy / 0 nicht definiert ist. Eine Gerade, parallel zur y-Achse hat keine Steigung. Eine solche Gerade ist **keine** Funktion.

Unter dem Steigungswinkel α (0°< |α| <180°) einer Geraden versteht man den Winkel, den die positive x-Achse und die Gerade einschließen:

α > 0: pos. Drehung, gegen den Uhrzeigersinn.

α < 0: neg. Drehung, mit dem Uhrzeigersinn.

Negative Winkelwerte kann man mit 180° ergänzen:
α' < 0 => α = 180° + α'



Der Steigungsfaktor m ist der Tangens des Steigungswinkels α

$$\boxed{m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \tan \alpha}$$

Aufgabe	Lösung	Erläuterung

3. Geradengleichungen ermitteln

3.1. Geradengleichung aus Punkt und Anstieg ermitteln

Auf einer Geraden mit der Steigung m liegt der Punkt P. Wie heißt die Geradengleichung?

a) m = 2; P(0|4)

b) m = $\frac{1}{4}$; P(–1|2)

c) m = –1,6; P(2|–5)

a) $4 = 2 \cdot 0 + n$
$4 = n$
$y = 2x + 4$

b) $2 = \frac{1}{4} \cdot (-1) + n$
$2 = -\frac{1}{4} + n \quad | + \frac{1}{4}$
$2\frac{1}{4} = n$
$y = -\frac{1}{4}x + 2\frac{1}{4}$

c) $-5 = -1{,}6 \cdot 2 + n$
$-5 = -3{,}2 + n \quad |+3{,}2$
$-1{,}8 = n$
$y = -1{,}6x - 1{,}8$

Um die Gleichung einer Geraden zu ermitteln, musst du ihre Steigung m und ihren Achsenabschnitt n bestimmen.
Die Steigung m ist hier aber schon gegeben, ebenso ein Punkt P der Geraden. Den Achsenabschnitt n kannst du jetzt so berechnen:

1. Setze in die Gleichung y = mx + n ein:
   – für m die gegebene Steigung;
   – für x die x-Koordinate von P;
   – für y die y-Koordinate von P.
2. Löse die Gleichung nach n auf.

3.2. Geradengleichung aus zwei Punkten ermitteln

Auf einer Geraden liegen die Punkte P und Q.
Wie heißt die Geradengleichung?

a) P(–2|–17); Q(2|3)

b) P(3|–8,3); Q(1|–2,3)

c) P($-\frac{1}{2}$|$-\frac{1}{12}$); Q(0|$\frac{1}{3}$)

a) $x_1 = -2;\ y_1 = -17;\ x_2 = 2;\ y_2 = 3$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - (-17)}{2 - (-2)} = \frac{20}{4} = 5$$

In die Gleichung y = 5x + n werden die Koordinaten von Q eingesetzt:
$3 = 5 \cdot 2 + n$
$3 = 10 + n \quad |- 10$
$-7 = n$
$y = 5x - 7$

b) $x_1 = 1;\ y_1 = -2{,}3;\ x_2 = 3;\ y_2 = -8{,}3$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-8{,}3 - (-2{,}3)}{3 - 1} = -\frac{6}{2}$$
$$= -3$$

In die Gleichung y = –3x + n werden die Koordinaten von Q eingesetzt:
$-2{,}3 = -3 \cdot 1 + n$
$-2{,}3 = -3 + n \quad |+ 3$
$0{,}7 = n$
$y = -3x + 0{,}7$

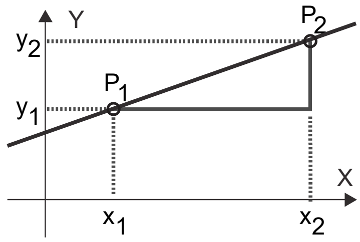
c) $x_1 = -\frac{1}{2};\ y_1 = -\frac{1}{12};\ x_2 = 0;\ y_2 = \frac{1}{3}$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\frac{1}{3} - (-\frac{1}{12})}{0 - (-\frac{1}{2})} = \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{12}}{\frac{1}{2}}$$
$$= \frac{5}{12} \cdot 2 = \frac{5}{6}$$

Da der Punkt Q(0 | $\frac{1}{3}$) auf der Geraden liegt, gilt: $n = \frac{1}{3}$

$y = \frac{5}{6}x + \frac{1}{3}$

Um die Gleichung einer Geraden zu ermitteln, musst du ihre Steigung m und ihren Achsenabschnitt n bestimmen.
Du kennst die Koordinaten zweier Punkte $P_1(x_1 \backslash y_1)$ und $P_2(x_2 \backslash y_2)$ der Geraden. Mit P1 ist hier der Punkt benannt, der die kleinere x-Koordinate hat.



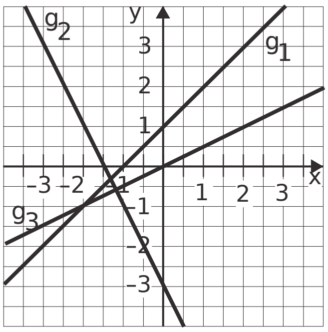
Die x-Kathete des Steigungsdreiecks, dessen Hypotenuse die Strecke P_1P_2 ist, hat die Länge $x_2 - x_1$. Die y-Kathete hat die Länge: $y_2 - y_1$, falls die Gerade steigt, oder: $y_1 - y_2 = -(y_2 - y_1)$, falls die Gerade fällt. Die Steigung m kannst du also so berechnen:

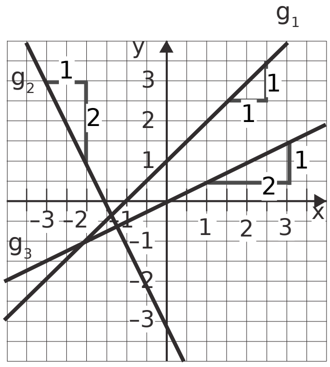
1. Dividiere $y_2 - y_1$ durch $x_2 - x_1$.
   Du erhältst die Steigung m:
   $$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = m$$
2. Berechne den Achsenabschnitt n wie in Aufgabe 5.

Aufgabe	**Lösung**	**Erläuterung**

3.3. Geradengleichungen aus dem Graph ermitteln

Wie heißen die Gleichungen der Geraden g_1, g_2 und g_3





g_1: n = 1; m = 1; y = x + 1

g_2: n = –3; m = –2; y = –2x – 3

g_3: n = 0; m = $\frac{1}{2}$; y = $\frac{1}{2}$ x

Die Gerade g_3 ist eine Ursprungsgerade.

Um die Gleichung einer Geraden zu ermitteln, musst du ihre Steigung m und ihren Achsenabschnitt n bestimmen:

1. Die y-Koordinate des Schnittpunkts mit der y-Achse ist der Achsenabschnitt n.
2. Zeichne ein Steigungsdreieck und ermittle die Steigung m. Wie das geht, erfährst du in Aufgabe 2.

Geht eine Gerade durch den Nullpunkt, dann heißt sie „Ursprungsgerade“. Ihre Gleichung hat die Form: y = mx . Lineare Funktionen mit Gleichungen dieser Form heißen „Proportionalitäten“ .

Der Graph einer proportionalen Zuordnung ist eine Ursprungsgerade.

3.4. Geradengleichungen einer Parallelen ermitteln

Parallele durch P(3|7) zur Geraden
g_1: y = 2x + 5

$g_1 \parallel g_2 \iff m_1 = m_2$

g_2: y = m_2 x + b
7 = 2•3 + b =>b = 1
g_2: y = 2•x + 1

Zwei Geraden sind parallel, wenn ihre Steigungen gleich sind.

$g_1 \parallel g_2 \iff m_1 = m_2$

3.5. Geradengleichungen einer Senkrechten ermitteln

Normale durch P(–4|–3) zur Geraden
g_1: y = 2x + 5

$g_1 \perp g_2 \iff m_2 = -1/m_1$

g_2: y = m_2 x + b
–3 = –½ • (–4) + b =>b = –1
g_2: y = – ½ x – 1

Zwei Geraden g_1, g_2 stehen senkrecht aufeinander, wenn das Produkt ihrer Steigungen „–1“ ergibt:

$g_1 \perp g_2 \iff m_1 \cdot m_2 = -1$
$\Rightarrow m_\perp = -1/m$

Eine Gerade, die senkrecht (= orthogonal) auf einer anderen Geraden steht, bezeichnet man als ihre **Normale**

3.6. Geradengleichungen aus Wertetabelle aufstellen

Suche die Gleichung einer Funktion, die sich durch die folgende Wertetabelle beschreiben lässt.

a)

x	–2	–1	0	1	2
y	2	3	4	5	6

b)

x	–1,5	–0,5	0,5	1,5	2
y	–7,5	–2,5	2,5	7,5	10

a) y = x + 4

b) y = 5x

a) Addierst du zu einer Zahl der ersten Zeile die Zahl 4, so erhältst du die darunter stehende Zahl.

b) Multiplizierst du eine Zahl der ersten Zeile mit der Zahl 5, so erhältst du die darunter stehende Zahl.

Aufgabe	**Lösung**	**Erläuterung**

3.7. Geradengleichung aus Texten aufstellen

Bestimme den Funktionsterm und die Funktionsgleichung. Die Definitionsmenge sei $\mathbb{N}$.

a) Eine Zahl wird verdoppelt.

b) Das Vierfache einer Zahl wird um 3 vermindert.

c) Das Quadrat einer Zahl wird um $\frac{1}{2}$ vermehrt.

a) Funktionsterm: $2x$
Funktionsgleichung: $y = 2x$

b) Funktionsterm: $4x - 3$
Funktionsgleichung: $y = 4x - 3$

c) Funktionsterm: $x^2 + \frac{1}{2}$
Funktionsgleichung: $y = x^2 + \frac{1}{2}$

a) Verdoppelst du eine Zahl x, so erhältst du die Zahl 2x.

b) Vervierfachst du eine Zahl x, so erhältst du die Zahl 4x. Verminderst du die Zahl 4x um 3, so erhältst du die Zahl 4x – 3.

c) Quadrierst du eine Zahl x, so erhältst du die Zahl x^2. Vermehrst du die Zahl x^2 um $\frac{1}{2}$, so erhältst du die Zahl $x^2 + \frac{1}{2}$.

4. Normalform einer Geradengleichung

Löse die Gleichung nach y auf, wenn das möglich ist und zeichne die Gerade.

a) $-6x + 3y = 1$

b) $x + 2y = -2$

c) $x + 2y + 2x = 4 + 3x$

d) $y + 2x = y + 5$

Ist $ax + by = c$ und ist $b \neq 0$, dann ist:

$y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$

a) $a = -6;\ b = 3;\ c = 1$

$y = 2x + \frac{1}{3}$

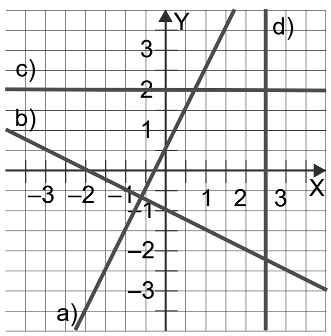
b) $a = 1;\ b = 2;\ c = -2$

$y = -\frac{x}{2} - 1$

c) $x + 2y + 2x = 4 + 3x$
$3x + 2y = 4 + 3x \quad | -3x$
$0x + 2y = 4$
$a = 0;\ b = 2;\ c = 4$
$y = 2$

d) $y + 2x = y + 5 \quad | -y$
$2x + 0y = 5$
$a = 2;\ b = 0;\ c = 5$
Da b = 0 ist, lässt sich die Gleichung nicht nach y auflösen.

$2x = 5 \quad | :2$
$x = 2{,}5$



Eine lineare Gleichung mit zwei Variablen hat die Form $ax + by = c$. Dies ist die „allgemeine Form der Geradengleichung“.

Ist dagegen eine Geradengleichung in der Form $y = mx + n$ gegeben, dann spricht man von der „Normalform der Geradengleichung“. Ist $b \neq 0$, dann kannst du eine Gleichung in allgemeiner Form „auf Normalform bringen“, also nach y auflösen:

$ax + by = c \quad | -ax$

$by = -ax + c \quad | :b$

$y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$

Ist $a = 0$ und $b \neq 0$ wie in Aufgabe c), dann ist die Gerade die Parallele zur x-Achse mit dem Achsenabschnitt $\frac{c}{b}$.

Die zugehörige lineare Funktion heißt „konstante Funktion“. Sie hat die Form: $y = n$.

Der Graph einer konstanten Funktion ist eine Parallele zur x-Achse.

Ist $b = 0$, dann lässt sich die Gleichung $ax + by = c$ nicht nach y auflösen, also nicht auf Normalform bringen.

Ist $a \neq 0$ und $b = 0$ wie in Aufgabe d), dann ist die Gerade die Parallele zur y-Achse durch den Punkt $P(\frac{c}{a}|0)$.

Die Gerade stellt keine Funktion dar.

Aufgabe	Lösung	Erläuterung

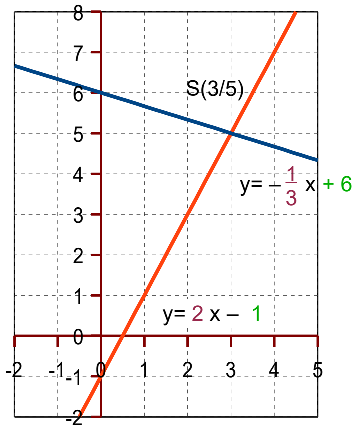
5. Lage zweier Geraden

5.1. Schnittpunkt zweier Geraden

a) Genau einen Schnittpunkt

g_1: y = – ⅓ x + 6

g_2: y = 2x – 1



Rechnerisch:
Gleichsetzungsverfahren

⅓ x + 6 = 2x – 1 | -2x -6

– 7/3 x = – 7 | • (– 3/7)

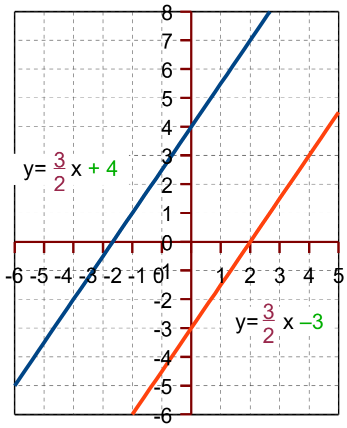
x = 3

x = 3 in g_1 oder g_2 einsetzen:
y = 2•3 – 1 = 5 => L = {(3 | 5)},
d.h. ein gemeinsamer Punkt.

b) Keinen Schnittpunkt

g_1: y = 3/2 x + 4

g_2: 2y = 3x – 6



Rechnerisch:
Einsetzungsverfahren

2 (3/2x + 4) = 3x – 6 | T

3x + 8 = 3x – 6 | –3x

8 = – 6 |(falsche Aussage)

=>L = { }
=> kein gemeinsamer Punkt
=> d.h. die Geraden sind parallel

c) Identische Geraden

g_1: 2x – 4y = –12

g_2: –x + 2y = 6

g_1 nach y umstellen:

2x – 4y = – 12 |-2x

–4y = –2x-12 |:(–4)

g_1: y= ½ x + 3

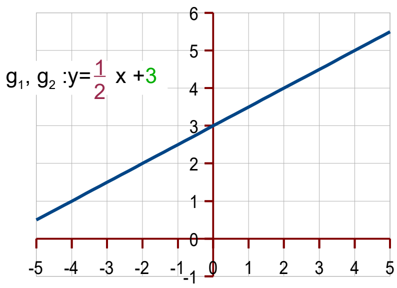
g_2 nach y umstellen:

–x + 2y = 6 | + x

2y = x + 6 |: 2

g_2: y = ½ x + 3

=> g1 ≡ g2



Rechnerisch: Additionsverfahren

2x – 4y = – 12

–x + 2y = 6 | • 2 +

0 = 0 (wahre Aussage)

=> L = {(x | y) ∈ R x R | (x | y = ½ x + 3) }
=> unendlich viele gemeinsame Punkte,
d.h. die Geraden sind identisch

5.2. Schnittwinkel zweier Geraden

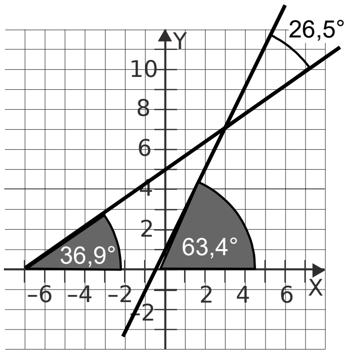
5.2.1. Beide Geradenanstiege positiv

g_1: $f(x) = \frac{3}{4} x + 5$

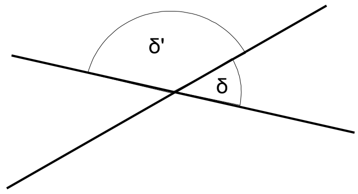
g_2: $f(x) = 2 x + 1$

$m_1 = \frac{3}{4} \Rightarrow \alpha_1 = \arctan(\frac{3}{4}) \approx 36{,}9°$
$m_2 = 2 \Rightarrow \alpha_2 = \arctan(2) \approx 63.4°$

$\delta = 63{,}4° - 36{,}9°$
$= 26{,}5°$



Schneiden sich 2 Geraden, so bilden sich um den Schnittpunkt 4 Winkel, von denen die gegenüberliegenden gleich groß sind (Scheitelwinkel) und die beiden benachbarten sich zu 180° ergänzen (Nebenwinkel).
Unter dem Schnittwinkel δ versteht man immer den kleineren der beiden Winkel: $\delta \leq 90°$.



Der Schnittwinkel zweier Geraden ergibt sich aus der **Differenz** der beiden Steigungswinkel.

5.2.2. Ein Geradenanstieg positiv, ein Geradenanstieg negativ

g_3: $f(x) = \frac{3}{2} x + 1$

g_4: $f(x) = -\frac{1}{2} x + 4$

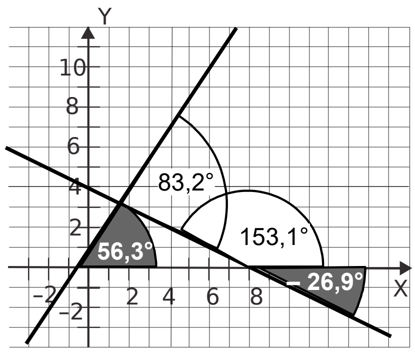
$m_3 = \frac{3}{2} \Rightarrow \alpha_1 = \arctan(\frac{3}{2}) \approx 56{,}3°$
$m_4 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \alpha_2 = \arctan(-\frac{1}{2}) = -26.9°$
oder $\alpha_2 = 180° + \arctan(-\frac{1}{2})$
$\approx 180° + (-26.9°) = 153{,}1°$

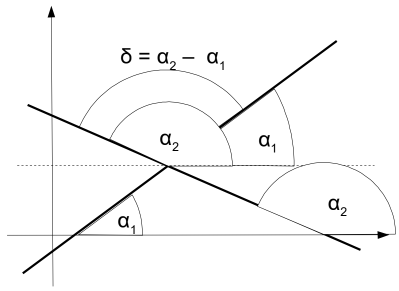
1. Rechenweg mit negativem Winkel
   $\delta = 56{,}3° - (-26{,}9°)$
   $= 83{,}2°$

2. Rechenweg mit zwei positiven Winkeln
   $\delta = 153{,}1° - 56{,}3°$
   $= 96{,}8°$

   Als Schnittwinkel wird immer der Winkel angegeben, der kleiner als 90° ist:
   $\delta = 180° - 96{,}8° = 83{,}2°$

In beiden Fällen sind die beiden Winkel zu subtrahieren





Der Schnittwinkel berechnet sich als Differenz der beiden Steigungswinkel:
$\delta = \alpha_2 - \alpha_1$

Möchte man sämtliche Probleme mit „falschen" Steigungs- und Schnittwinkel umgehen, empfiehlt sich die Anwendung der Formel .

$$\boxed{\tan \delta = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 m_2}}$$

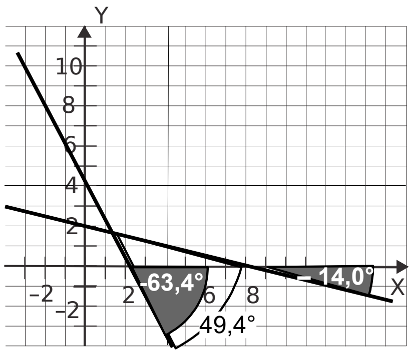
Aufgabe	**Lösung**	**Erläuterung**

5.2.3. Beide Geradenanstiege negativ

g_5: $f(x) = -\ \frac{1}{4}\,x + 2$

g_6: $f(x) = -2\,x + 4$

$m_5 = -\frac{1}{4}$ => $\alpha_1 = \arctan(-\frac{1}{4}) \approx -14{,}0°$
oder $\alpha_2 = 180° + \arctan(-\frac{1}{4})$
$\approx 180° + (-14{,}0°) = 166{,}0°$
$m_6 = -2$ => $\alpha_2 = \arctan(-2) = -63.4°$
oder $\alpha_2 = 180° + \arctan(-2)$
$\approx 180° + (-63.4°) = 116{,}6°$



1. Rechenweg mit negativem Winkel

$\delta = -14{,}0° - (-63{,}4°)$
$= 49{,}4°$

2. Rechenweg mit zwei positiven Winkeln

$\delta = 166{,}0° - 116{,}6°$
$= 49{,}4°$

Man wählt die Berechnung so, dass der betragsgrößte Winkel mit einem plus in der Rechnung auftritt. Damit sichert man einen positiven Schnittwinkel.

Ist der Schnittwinkel negativ benutzt man den Betrag des Winkels als Schnittwinkel.

Steigungswinkel können positiv und negativ sein. Schnittwinkel sollten immer positiv sein.