Aufgabe	Lösung	Erläuterung

6 Wimpel kosten 14,40 €. 12 Wimpel kosten 28,80 €. 18 Wimpel kosten 43,20 €. 24 Wimpel kosten 57,60 €.

Zur { **doppelten / dreifachen / vierfachen / n – fachen** } Anzahl gehört der { **doppelte / dreifache / vierfache / n – fache** } Preis.

Zum { **Doppelten / Dreifachen / Vierfachen / n – fachen** } der einen Größe gehört das { **Doppelte / Dreifache / Vierfache / n – fache** } der anderen Größe.

Proportionale Zuordnung

Wird dem n-fachen der einen Größe das n-fache der anderen Größe zugeordnet, dann heißt die Zuordnung "proportional".

Regeln für proportionale Zuordnungen

6 Wimpel kosten 14,40 €, also kosten 12 Wimpel 28,80 €. (Regel 1)
6 Wimpel kosten 14,40 €, also kosten 3 Wimpel 7,20 €. (Regel 2)
6 Wimpel kosten 14,40 €, 5 Wimpel kosten 12,00 €, also kosten 11 Wimpel 26,40 €. (Regel 3)
18 Wimpel kosten 43,20 €, 10 Wimpel kosten 24,00 €, also kosten 8 Wimpel 19,20 €. (Regel 4)

1. Wird die eine Größe verdoppelt (verdreifacht, vervierfacht, usw.), dann wird auch die andere Größe verdoppelt (verdreifacht, vervierfacht, usw.).
2. Wird die eine Größe halbiert (gedrittelt, geviertelt, usw.), dann wird auch die andere Größe halbiert (gedrittelt, geviertelt, usw.).
3. Werden zwei Größen addiert, dann werden auch die zugeordneten Größen addiert.
4. Werden zwei Größen subtrahiert, dann werden auch die zugeordneten Größen subtrahiert.

Kostet ein Wimpel 2,40 €, dann sieht die Tabelle der Zuordnung: "Anzahl der Wimpel → Preis der Wimpel" so aus:

Anzahl der Wimpel	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Preis in €	2,40	4,80	7,20	9,60	12,00	14,40	16,80	19,20	21,60	24,00	26,40	28,80

Dividierst du eine Zahl der zweiten Zeile durch die darüber stehende Zahl, so erhältst du immer die gleiche Zahl: **2,4**. Die einander zugeordneten Zahlen sind **quotientengleich**.
Der Quotient 2,4 heißt „**Proportionalitätsfaktor**". Er gibt den Preis für einen Wimpel (in €) an.
Die Zuordnung "Anzahl der Wimpel → Preis der Wimpel" kannst du auch durch die Vorschrift beschreiben: $x \rightarrow 2{,}4 \cdot x$.

Quotientengleichheit

Bei einer proportionalen Zuordnung ergeben einander zugeordnete Zahlen immer denselben Quotienten. Einander zugeordnete Zahlen sind "quotientengleich".

Proportionalitätsfaktor

Der gemeinsame Quotient einander zugeordneter Zahlen wird dabei als "Proportionalitätsfaktor" bezeichnet.

Zuordnungsvorschrift

Ist k der Proportionalitätsfaktor, dann kannst du die Zuordnung beschreiben durch die Vorschrift: $x \rightarrow k \cdot x$.

---

13 Wimpel kosten 31,20 €. Wie viel € kosten 17 Wimpel?

1. Satz	2. Satz	3. Satz
13 Wimpel kosten 31,20€	1 Wimpel kostet $\frac{31{,}20}{13}$ €.	17 Wimpel kosten $17 \cdot \frac{31{,}20}{13} = 40{,}80$ €.
Schreibe die gegebenen Größen auf.	Rechne aus, wie viel 1 Wimpel kostet. **(„Schluss auf eine Einheit")**	Rechne aus, wie viel 17 Wimpel kosten **("Schluss auf die Vielheit")**

Dreisatzrechnung

Ist die Zuordnung proportional und kennst du zwei einander zugeordnete Größen, dann kannst du für jede andere Größe die ihr zugeordnete Größe berechnen.
Das zugehörige Rechenverfahren heißt „Dreisatzrechnung" oder „Schlussrechnung".

1. Die Zuordnung ist proportional

1.1. Daten für eine Einheit bekannt

Fülle folgende Tabelle aus, wenn die Zuordnung proportional ist:

Menge in kg	1	2	3	4	5
Preis in €	6,99				

1 kg kostet 6,99 €.
2 kg kosten 2 • 6,99 € = 13,98 €.
3 kg kosten 3 • 6,99 € = 20,97 €.
4 kg kosten 4 • 6,99 € = 27,96 €.
5 kg kosten 5 • 6,99 € = 34,95 €.

Menge in kg	1	2	3	4	5
Preis in €	6,99	13,98	20,97	27,96	34,95

<u>Zuordnungstabellen ausfüllen</u>
In der ersten Zeile der Tabelle stehen die Mengen, in der zweiten Zeile ist für die **kleinste** Menge ihr Preis eingetragen.
Da die übrigen Mengen das Doppelte, Dreifache, Vierfache und Fünffache der kleinsten Menge sind, kannst du ihre Preise nach der Regel berechnen:

Zur doppelten Menge gehört der doppelte Preis.

Zur dreifachen Menge gehört der dreifache Preis.

Zur vierfachen Menge gehört der vierfache Preis, usw.

Für proportionale Zuordnungen gilt die Regel:

Wird die eine Größe verdoppelt (verdreifacht, vervierfacht, usw.), dann wird auch die andere Größe verdoppelt (verdreifacht, vervierfacht, usw.).

1.2. Daten für eine Vielfachheit bekannt

Fülle folgende Tabelle aus, wenn die Zuordnung proportional ist:

Menge in g	120	150	200	300	600
Preis in €					4,80

600 g kosten 4,80 €.
300 g kosten ½ • 4,80 € = 2,40 €.
200 g kosten ⅓ • 4,80 € = 1,60 €.
150 g kosten ¼ • 4,80 € = 1,20 €.
120 g kosten ⅕ • 4,80 € = 0,96 €.

Menge in g	120	150	200	300	600
Preis in €	0,96	1,20	1,60	2,40	4,80

<u>Zuordnungstabellen ausfüllen</u>
In der ersten Zeile der Tabelle stehen die Mengen, in der zweiten Zeile ist für die **größte** Menge ihr Preis eingetragen.
Da die übrigen Mengen die Hälfte, ein Drittel, ein Viertel und ein Fünftel der größten Menge sind, kannst du ihre Preise nach der Regel berechnen:

Zur halben Menge gehört der halbe Preis.

Zu einem Drittel der Menge gehört ein Drittel des Preises.

Zu einem Viertel der Menge gehört ein Viertel des Preises, usw.

Für proportionale Zuordnungen gilt die Regel:

Wird die eine Größe halbiert (gedrittelt, geviertelt, usw.), dann wird auch die andere Größe halbiert (gedrittelt, geviertelt, usw.).

Aufgabe	Lösung	Erläuterung

1.3. Die Zuordnung ist durch eine Tabelle gegeben

Ist die Zuordnung proportional ?

a) Anzahl der Kisten → Gewicht der Kisten

Anzahl	1	2	3	4
Gewicht in kg	3,2	6,4	9,6	12,8

b) Entfernung in km → Taxipreis in €

Entfernung in km	5	10	15	20
Preis in €	12,80	21,80	30,80	39,80

c) Alter von Julia in Jahren → Größe von Julia in cm

Anzahl	3	6	9	12
Gewicht in kg	98	118	134	156

a) 1 Kiste wiegt 3,2 kg.
2 Kisten wiegen 6,4 kg
= 2 • 3,2 kg.
3 Kisten wiegen 9,6 kg
= 3 • 3,2 kg.
4 Kisten wiegen 12,8 kg
= 4 • 3,2 kg.
Die Zuordnung ist proportional.

b) 5 km kosten 12,80 €.
10 km kosten 21,80 €
≠ 2 • 12,80 €.
Die Zuordnung ist nicht proportionai.

c) Mit 3 Jahren ist Julia 98 cm groß.
Mit 6 Jahren ist Julia 118 cm groß.
118cm ≠ 2 • 98cm
Die Zuordnung ist nicht proportional.

<u>Proportional: ja oder nein?</u>
Die Zahlen in der ersten Zeile der Tabelle sind Vielfache der ersten Zahl in der ersten Zeile der Tabelle. Sollst du bei solchen Tabellen entscheiden, ob die Zuordnung proportional ist, dann gehe so vor:

1. Suche die zweite Zahl in der ersten Zeile der Tabelle.
   Ist sie das Doppelte (Dreifache, Vierfache, usw.) der ersten Zahl, dann prüfe, ob die darunter stehende Zahl das Doppelte (Dreifache, Vierfache, usw.) der ersten Zahl in der zweiten Zeile ist.
   Ist das der Fall, dann:

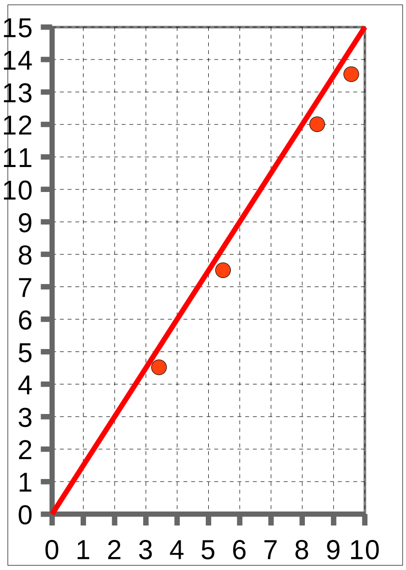
2. Verfahre entsprechend mit den anderen Zahlen der ersten Zeile.

Findest du auch nur eine Zahl, für die die Beziehung von 1. nicht gilt, dann ist die Zuordnung nicht proportional.
Gilt die Beziehung von 1. für **alle** Zahlen der Tabelle, dann ist die Zuordnung proportional.

1.4. Zeichne den Graphen

Verhältnis
Euro → Schweizer Franken
€ → sFr

€	3	5	8	9
sFr	4,5	7,5	12	13,5



<u>Graph einer proportionalen Zuordnung</u>

Sollst du den Graphen einer proportionalen Zuordnung zeichnen, dann gehe so vor:
1. Zeichne ein Koordinatensystem, sodass du auf der Rechtsachse alle Ausgangsgrößen und auf der Hochachse alle zugeordneten Größen markieren kannst.
2. Zeichne alle Punkte einander zugeordneter Größen ein. Alle diese Punkte liegen auf einem Strahl, dessen Anfangspunkt der Ursprung ist. Zeichne diesen Strahl.

Der Graph einer proportionalen Zuordnung ist ein Strahl, dessen Anfangspunkt der Ursprung ist.

Aufgabe	**Lösung**	**Erläuterung**

1.4. Quotientengleiche Zahlenpaare

a)

2	5	7	10	14
3,2	8,0	11,2	16,0	22,4

b)

2	4	8	9	11
4	12	16	27	22

c)

10	20	30	40	50
30	60	90	100	150

d)

2,4	4,0	6,4	8,8	9,6
0,3	0,5	0,8	1,1	1,2

a) 3,2 : 2 = 1,6
8 : 5 = 1,6
11,2 : 7 = 1,6
16 : 10 = 1,6
22,4 : 14 = 1,6
Die Zuordnung ist proportional.

b) 4 : 2 = 2
12 : 4 = 3
Die Zuordnung ist nicht proportional.

c) 30 : 10 = 3
60 : 20 = 3
90 : 30 = 3
100 : 40 = 2,5
Die Zuordnung ist nicht proportional.

d) 0,3 : 2,4 = 0,125
0,5 : 4 = 0,125
0,8 : 6,4 = 0,125
1,1 : 8,8 = 0,125
1,2 : 9,6 = 0,125
Die Zuordnung ist proportional.

Sollst du prüfen, ob eine durch eine Tabelle gegebene Zuordnung proportional ist, dann gehe so vor:

Dividiere die Zahlen der zweiten Zeile der Tabelle jeweils durch die darüber stehende Zahl.

Sind alle Quotienten gleich, dann ist die Zuordnung proportional.

Ist auch nur ein Quotient ungleich einem anderen Quotienten, dann ist die Zuordnung nicht proportional.

Merke:

Bei einer proportionalen Zuordnung ergeben einander zugeordnete Zahlen immer denselben Quotienten.

Einander zugeordnete Zahlen sind „quotientengleich“.

1.5. Bestimme den Proportionalitätsfaktor

a)

3	4	9	13	17
8,1	10,8	24,3	31,5	49,5

b)

5	6	10	12	18
1,25	1,5	2,5	3	4,5

a) 8,1 : 3 = 2,7
Proportionalitätsfaktor: 2,7
Zuordnungsvorschrift:
x → 2,7 · x

b) 1,25 : 5 = 0,25
Proportionalitätsfaktor: 0,25
Zuordnungsvorschrift:
x → 0,25 · x

<u>Proportionalitätsfaktor</u>
<u>Zuordnungsvorschrift</u>
Sollst du von einer proportionalen Zuordnung den Proportionalitätsfaktor berechnen und die Zuordnungsvorschrift aufstellen, dann kannst du so vorgehen:

1. Wähle dir irgendein Paar einander zugeordneter Zahlen.
2. Dividiere die zugeordnete Zahl durch die Ausgangszahl. Der Quotient ist der Proportionalitätsfaktor.

Bei einer proportionalen Zuordnung sind einander zugeordnete Zahlen quotientengleich. Der gemeinsame Quotient heißt „Proportionalitätsfaktor“. Ist k der Proportionalitätsfaktor, dann kannst du die Zuordnung beschreiben durch die Vorschrift: x → k · x.

Aufgabe	Lösung	Erläuterung

2. Dreisatzaufgaben

2.1. Berechnung des Prozentwertes

3 m Stoff kosten 37,50 €.
Wie viel € kosten 5 m Stoff?

24 000 € werden zu einem Zinssatz von 12% aufgenommen. Wie viel Zinsen sind dafür nach einem Jahr zu zahlen?

Menge	Preis in €
100	Grundwert
1	
Prozentsatz	Prozentwert

1. Satz:
<u>Schreibe auf, was du weißt.</u>

3 m kosten 37,50 €.

Menge	Preis in €
3m	37,50

- Beginne dabei mit der Größe, von der du **zwei Werte** kennst.
- Beende den Satz mit der Größe, nach der gefragt ist.

Hier ist nach dem **Preis in €** gefragt.
Schreibe also: 3 m kosten 37,50 €.

100 % sind 24 000 €

%	Preis in €
100	24 000

Hier ist nach den **Zinsen in €** gefragt.
Schreibe also: 100% sind 24 000 €.

2. Satz:
<u>Schließe auf eine Einheit.</u>

1 m kostet $\frac{37{,}50}{3}$ €

: 3 m

Menge	Preis in €
3m	37,50
1	12,50 €/m

: 3 m

Genauer gesagt: Schließe auf die Einheit der Größe, von der du zwei Werte kennst.

Hier sind von der Stofflänge zwei Werte gegeben (3 m und 5 m).
Frage also: Wie viel € kostet 1 m?

: 100 %

1 % sind 240 €

%	Preis in €
100	24 000
1	240 € / %

: 100%

Hier sind von den Zinsen zwei Werte gegeben. Frage: wieviel sind 1%

3. Satz:
<u>Schließe auf das Vielfache.</u>

5 m kosten 5 • $\frac{37{,}50}{3}$ €.

= 62,50 €.

Menge	Preis in €
3m	37,50
1	12,50 €/m
5 m	62,50 €

• 5 m

• 5 m

Genauer gesagt: Multipliziere mit dem Wert der Größe, nach deren zugeordneter Größe gefragt ist.

Hier ist nach dem Preis für 5 m gefragt. Schließe also:

Da 1 m Stoff $\frac{37{,}50}{3}$ € kostet,

kosten 5 m Stoff 5 • $\frac{37{,}50}{3}$ €.

12 % sind 12 * 240 €

%	Preis in €
100	24 000
1	240 € / %
12	2 880 €

• 12 %

• 12%

Aufgabe	Lösung	Erläuterung

2.1. Berechnung des Grundwertes

3 m Stoff kosten 37,50 €.

Wie viel m bekommt man für 100 €?

Für einen Kredit zu einem Zinssatz von 12% sind nach einem Jahr 2 880 € Zinsen zu zahlen. Wie hoch ist der Kredit?

Menge	Preis in €
Prozentsatz	Prozentwert
1	
Grundwert	100

1. Satz:
<u>Schreibe auf, was du weißt.</u>

Für 37,50 € bekommt man 3 m.

Preis in €	Menge
37,50 €	3 m

- Beginne dabei mit der Größe, von der du **zwei Werte** kennst.
- Beende den Satz mit der Größe, nach der gefragt ist.

Hier ist nach der **Stofflänge in m** gefragt. Schreibe also:
Für 37,50 € bekommt man 3 m.

12% sind 2 880 € Zinsen

%	Betrag in €
12	2 880

Sind die Jahreszinsen Z und der Zinssatz p% gegeben, so kann daraus das Kapital K berechnet werden.
Dabei entspricht den Jahreszinsen Z der Prozentwert P, dem Zinssatz p% der Prozentsatz p% und dem gesuchten Kapital K der Grundwert G.

2. Satz:
<u>Schließe auf eine Einheit.</u>

Für 1 € bekommt man

$\frac{3}{37,50}$ m.

: 37,50 €

Preis in €	Menge
37,50 €	3 m
1	0,08 m / €

: 37,50 €

Hier sind vom Preis zwei Werte gegeben (37,50 € und 100 €).
Frage also: Wie viel m bekommt man für 1 €?

: 12 %

%	Betrag in €
12	2 880
1	240 € / %

: 12 %

Da nach 100 % gefragt ist, sind von Prozent zwei Werte gegeben.

3. Satz:
<u>Schließe auf das Vielfache.</u>

Für 100 € bekommt man

$100 \cdot \frac{3}{37,50}$ m **= 8 m**.

Preis in €	Menge
37,50 €	3 m
1	0,08 m / €

• 100 €

• 100 €

Hier ist nach der Stofflänge gefragt, die man für 100 € bekommt. Schließe also:
Da man für 1 €

$\frac{3}{37,50}$ m bekommt,

bekommt man für 100 €

$100 \cdot \frac{3}{37,50}$ m.

%	Betrag in €
12 %	2 880
1	240 € / %
100 %	24 000 €

• 100 %

• 100 %

Wenn 1% 240 € sind, dann sind 100% 100 * 240 €

2.3. Berechnung des Prozentsatzes

Preis in €	Menge
Grundwert	100
1	
Prozentwert	Prozentsatz

1. Satz:
<u>Schreibe auf, was du weißt.</u>

2.2. Lösung mit der Tabelle

2.2.1
In der Wibbelstraße 7 haben alle Mieter pro Quadratmeter den gleichen Mietpreis zu zahlen.
Familie Pfeffer zahlt für ihre 85 m² große Wohnung 680 € Monatsmiete.
Herrn Winzigs Wohnung ist 33 m² groß.
Was zahlt er an Miete?

	Wohnfläche in m²	Mietpreis in €	
	85	680	
:85			:85
	1	8	
•33			•33
	33	264	

Herr Winzig hat 264 € Miete zu zahlen.

2.2.2.
In der Wibbelstraße 7 haben alle Mieter pro Quadratmeter den gleichen Mietpreis zu zahlen.
Familie Pfeffer zahlt für ihre 85 m² große Wohnung 680 € Monatsmiete.
Frau Süßblut zahlt monatlich 360 € Miete.
Wie groß ist ihre Wohnung?

	Mietpreis in €	Wohnfläche in m²	
	680	85	
:680			:680
	1	0,125	
•360			•360
	360	45	

Frau Süßbluts Wohnung ist 45m² groß.

<u>Lösung mit der Tabelle</u>

1. Lege eine Tabelle mit zwei Spalten an. Schreibe über die linke Spalte die Größe, von der du zwei Werte kennst. Schreibe über die rechte Spalte die Größe, nach der gefragt ist.
2. Schreibe in die erste Zeile die Werte des Größenpaares, das du bereits kennst.
3. Schreibe in die zweite Zeile der linken Spalte die "1"
4. Schreibe in die dritte Zeile der linken Spalte den Wert der Größe, nach derem zugeordneten Wert gefragt ist. Alle gegebenen Größen sind jetzt eingetragen. Schließe die Tabelle.
5. Schreibe in die linke Spalte, mit welchen Zahlen du multiplizieren oder dividieren musst, um als Ergebnis die darunter stehende Zahl zu erhalten.
6. Führe in der rechten Spalte die gleichen Operationen wie in der linken Spalte aus. Die gesuchte Zahl steht dann in der dritten Zeile der rechten Spalte.

Aufgabe 2.2.1.:
Hier ist nach dem Mietpreis in € gefragt. Schreibe also den Mietpreis in die rechte und die Wohnfläche in die linke Spalte.

Aufgabe 2.2.2.:
Hier ist nach der Wohnfläche in m² gefragt. Schreibe also die Wohnfläche in die rechte und den Mietpreis in die linke Spalte.

2.3. Lösung mit der Zuordnungsvorschrift

12 Kartons enthalten 300 Dosen Rindfleisch.

a) Wie viel Dosen enthalten 19 Kartons?

b) Wie viel Kartons braucht man, um 525 Dosen zu verpacken?

a) Zuordnung

Anzahl der Kartons → Anzahl der Dosen 12 → 300

Proportionalitätsfaktor: 25

Rechnung: 300 : 12 = 25

Zuordnungsvorschrift:

x → 25 • x

19 → 25 • 19

19 → 475

19 Kartons enthalten 475 Dosen.

b) Zuordnung:

Anzahl der Dosen → Anzahl der Kartons 300 → 12

Proportionalitätsfaktor: 0,04

Rechnung: 12 : 300 = 0,04

Zuordnungsvorschrift:

x → 0,04 • x

525 → 0,04 • 525

525 → 21

Um 525 Dosen zu verpacken, braucht man 21 Kartons.

<u>Lösung mit der Zuordnungsvorschrift</u>

Kennst du ein Paar einander zugeordneter Größen, dann kannst du hieraus den Proportionalitätsfaktor ermitteln und mit Hilfe der Zuordnungsvorschrift die gesuchte Zahl berechnen.

1. Schreibe auf, um welche Zuordnung es sich handelt und welches Größenpaar du bereits kennst. Die Größe, von der zwei Werte gegeben sind, steht vor dem Zuordnungspfeil. Die Größe, nach der gefragt ist, steht hinter dem Zuordnungspfeil.
2. Dividiere die rechte Zahl durch die linke Zahl. Der Quotient ist der Proportionalitätsfaktor.
3. Stelle die Zuordnungsvorschrift auf.
4. Berechne mit Hilfe der Zuordnungsvorschrift die gesuchte Zahl.