

Intensivkurs – Mathematik: Prozentrechnung

Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele
-------	--------------------	-----------------

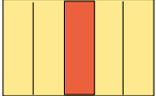
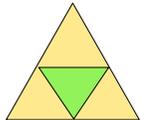
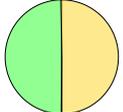
Prozentrechnung

Rationale Zahlen wurden eingeführt, um auch Werte zu erfassen, die kleiner sind als ein Ganzes. Das allgemein übliche Zehnersystem hat dazu geführt, dass man Teile eines Ganzen so betrachtet, als wäre das Ganze 100 Teile (Prozente) oder 1000 Teile (Promille).
 Insbesondere im Finanzwesen hat sich seit Jahrhunderten die Rechnung mit Prozenten durchgesetzt.

Ein bestimmter Wert G (Grundwert) wird als **100 Teile** eines kleineren Wertes oder als **ein Ganzes** festgelegt.

- Dann sind alle Werte, die kleiner als G sind, kleiner als 100, wenn G als Summe von 100 Teilen aufgefasst wird und die Angabe erfolgt mit der Bezeichnung **% (Prozentangabe)**
- Alle Werte, die kleiner als G sind, sind kleiner als 1 und werden als reelle Zahl mit 0,... angegeben (**Dezimalbruch**).
- Alle Prozentwerte lassen sich als gewöhnlicher **Bruch** schreiben, bei dem die Prozentzahl im Zähler und 100 im Nenner.

$$25\% = 0,25 = \frac{25}{100}$$

Gesprochen	1mm ² von 100mm ²	1 Streifen von 5	1 Dreieck von 4 Dreiecken	180° von 360°
Graphisch				
Bruch	$\frac{1}{100}$	$\frac{20}{100} = \frac{1}{5}$	$\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$	$\frac{180^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{2} = \frac{50}{100}$
Dezimalbruch	0,1	0,2	0,25	0,5
Prozent	1% von 100 mm ²	20% von 5 Streifen	25% von 4 Dreiecken	50% von 360°

Intensivkurs – Mathematik: Prozentrechnung

Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele
-------	--------------------	-----------------

Prozentrechnung

★ Grundgleichung der Prozentrechnung

$$W : G = p : 100$$

Die Bezugsgröße heißt **Grundwert** oder Gesamtwert und wird mit **G** bezeichnet. Sie entspricht immer einem Prozentsatz von **100%**. Der **Prozentsatz** gibt den Anteil in % an und wird mit **p%** bezeichnet. Der Wert, der dem Prozentsatz entspricht heißt **Prozentwert** und wird mit **W** bezeichnet

Bei der Formel für die Prozentrechnung handelt es sich um **1 Gleichung** mit **3 Variablen**. Um überhaupt eine Lösungsmöglichkeit zu besitzen, müssen 2 der 3 Variablen bekannt sein.

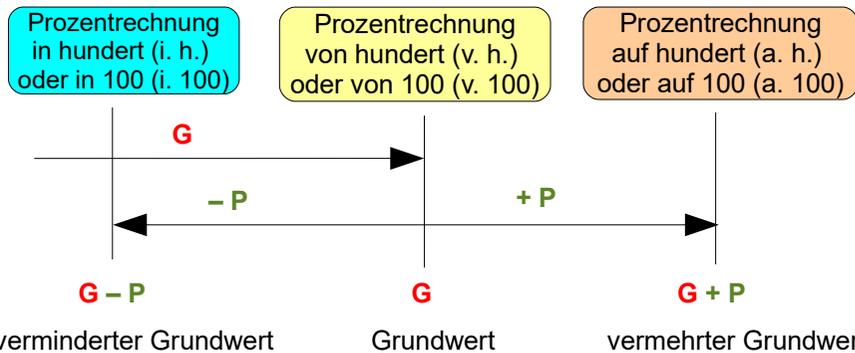
Das **Verhältnis** der beiden Seiten ist gleich, also sind die Werte **proportional** zueinander, d.h Zähler und Nenner der beiden Seiten unterscheiden sich durch den gleichen **Faktor**.

Berechne 16,4 % von 1240 €

$$* 0,164 \left\langle \begin{array}{l} 100 \\ p \end{array} \right. \begin{array}{l} 100\% \cong 1240 \text{ € } \\ 16,4\% \cong 203,36 \end{array} \begin{array}{l} G \\ W \end{array} \right\rangle * 0,164$$

★ Arten der Prozentrechnung

Es ist üblich, die Prozentrechnung in drei verschiedene Arten einzuteilen



Intensivkurs – Mathematik: Prozentrechnung

Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele
Prozentrechnung	<p>■ Prozentrechnung von Hundert</p> <p>Eine Prozentrechnung von hundert (von 100) liegt vor, wenn zwei der drei Rechengrößen G, P und p gegeben sind und die dritte Größe zu ermitteln ist. Es kann auch der vermehrte Grundwert ($G + P$) oder der verminderte Grundwert ($G - P$) errechnet werden.</p>	
	<p>■ Prozentrechnung auf Hundert = Vermehrter Grundwert</p> <p>Eine Prozentrechnung auf hundert (auf 100) liegt vor, wenn der vermehrte Grundwert ($G + P$) und eine zweite Größe (P, G oder p) gegeben sind. Zu berechnen ist P, G oder p.</p> <p>Wenn der alte Preis um p % erhöht wird, kann man den neuen Preis auf zwei Wegen berechnen:</p> <ol style="list-style-type: none">1) man berechnet den Prozentwert (P) und addiert ihn zum Grundwert (G)2) Man addiert den Prozentsatz (p) zu 100 und berechnet den Prozentwert, der dann den neuen Gesamtwert angibt. (Vermehrter Grundwert).	
	<p>■ Prozentrechnung in Hundert = Verminderter Grundwert</p> <p>Eine Prozentrechnung in hundert (in 100) liegt vor, wenn der verminderte Grundwert ($G - P$) und eine zweite Größe (P, G oder p) gegeben sind. Zu berechnen ist P, G oder p.</p> <p>Der verminderte Grundwert ($G - P$) ergibt sich, wenn man vom Grundwert ($G = 100$ %) den Prozentwert (P) subtrahiert. Der verminderte Grundwert entspricht daher immer weniger als 100 % ($100 - p$).</p>	

Intensivkurs – Mathematik: Prozentrechnung

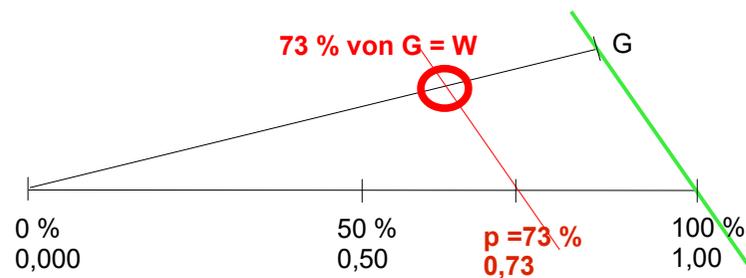
Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele
-------	--------------------	-----------------

Prozentrechnung

★ Geometrische Darstellung

Auf einem Strahl wird eine Einheit von 100 % abgetragen. Auf einem zweiten Strahl die zugehörige Grundeinheit G.
 Die Position von G wird mit der Position von 100 % verbunden.
 Von dem Wert G sei der Wert gesucht, der 73 % des Wertes G beträgt

Dazu wird der Wert 73 % auf dem Strahl der % Einteilung abgetragen und eine Parallele zu der Verbindungsgeraden von G und 100 % gezogen.
 Auf dem Strahl, auf dem G liegt kann jetzt der Wert für 73 % abgelesen werden.

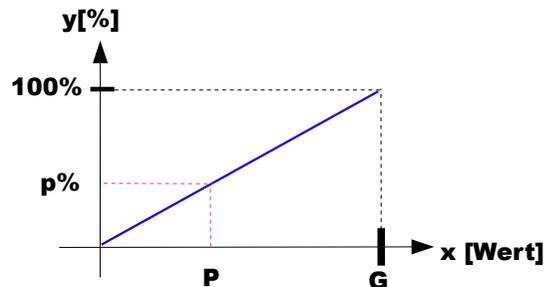


Werte, die rechts von G liegen sind größer als 100 % oder größer als 1, 0.

Im Zusammenhang mit linearen Funktionen lässt sich dieser Ausdruck als Lineare Funktion vom Typ $y = mx$ interpretieren:

- Der Abszissenwert x entspricht den Werten: G und P
- Der Geradenanstieg m entspricht dem Verhältnis $100\% / G$
- Der Ordinatenwert y entspricht dem Prozentsatz: $p\%$ und 100%

Damit lässt sich die Prozentrechnung auch als Gerade darstellen:



Intensivkurs – Mathematik: Prozentrechnung

Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele
-------	--------------------	-----------------

Prozentrechnung	■ Prozentrechnung von Hundert ★ Berechnung des Prozentwertes
------------------------	---

Als Formel (1) $P = \frac{G \cdot p}{100}$	Als Dreisatz (2) <table style="margin-left: 20px;"> <tr><td>100 %</td><td>G</td></tr> <tr><td>1 %</td><td>G/100</td></tr> <tr><td>p %</td><td>P ?</td></tr> </table>	100 %	G	1 %	G/100	p %	P ?
100 %	G						
1 %	G/100						
p %	P ?						

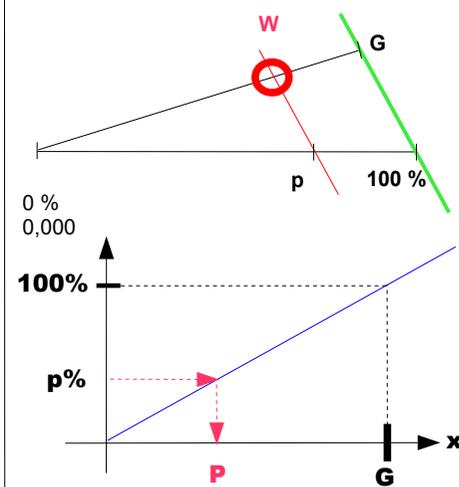
Wenn der Prozentwert oder der Prozentsatz gesucht sind, dann müssen diese in der in der letzten Zeile stehen.

- Der Grundwert G entspricht immer dem 100%.
- Der Prozentwert P entspricht dem Prozentsatz p%

%	Preis in €
100	Grundwert
🔧	
Prozentsatz	Prozentwert

Die leere Zeile in der Mitte ist zur Berechnung eines Zwischenwertes, der immer den Wert „1“ einer Größe beinhaltet. Es ist zu beachten, dass das in einer anderen Spalte liegt, als beim Prozentwert.

Wenn der Prozentwert gesucht ist, stellt sich die Frage:
Wieviel Wert entsprechen dem Prozentsatz von 1% ?



Mit p ist der Startpunkt der parallelen Geraden (rot) bekannt, gesucht ist der Schnittpunkt W dieser Parallelen mit dem Strahl der Werte.

Mit dem x-Wert G und dem y-Wert 100% ist die Gerade festgelegt: $P_0(0,0)$; $P_1(G,100\%)$
 Gesucht ist x-Wert P an der y-Position p%.

Wieviel € sind 5% von 700€ Gegeben: Gesucht:
 G: 700 € P
 p: 5%

(1)

$P / 700 = 5 / 100$
$P = 5 \cdot 700 / 100$
$P = 35 \text{ €}$

(2)

%	Preis in €
100	700
1	7
5	35

Diese Seite bestimmt, was gerechnet wird: $\div 100$ $\cdot 5$
 Diese Seite hat sich daran zu halten und zieht nach: $\cdot 100$ $\cdot 5$

Prozentrechnung v. h., Prozentwert (P) = ?
 Bruttogewicht 850 kg, Tara 2%. Wie viel kg beträgt die Tara?

Schätzung:
 2% sind 2 Hundertstel von 100%. In diesem Fall könnte das Ergebnis im Kopf errechnet werden; $8,50 \cdot 2 = 17 \text{ kg}$.

Lösung mit Schlussrechnung

100 %	850 kg
2 %	x kg

$x = 850 \cdot 2 / 100 = \dots \cdot 17 \text{ kg}$

Lösung mit Formel

$$W = \frac{G \cdot p}{100} = \frac{850 \cdot 2}{100}$$

= 17 kg

Intensivkurs – Mathematik: Prozentrechnung

Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele
-------	--------------------	-----------------

Prozentrechnung

■ Prozentrechnung von Hundert

★ Berechnung des Prozentsatzes

<p>Als Formel</p> <p>(1) $p = \frac{P}{G} \cdot 100$</p>	<p>Als Dreisatz</p> <p>(2) 100 % G 100/G 1 p % P ?</p>
--	---

Wenn der Prozentwert oder der Prozentsatz gesucht sind, dann müssen diese in der in der letzten Zeile stehen.

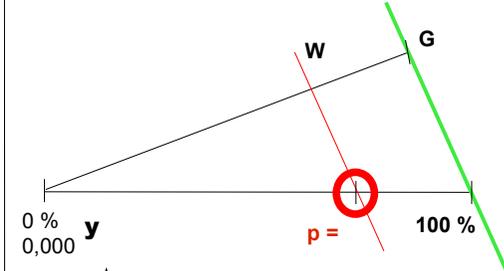
- Der Grundwert G entspricht immer dem 100%.
- Der Prozentwert P entspricht dem Prozentsatz p%

%	Preis in €
100	Grundwert
!	!
Prozentsatz	Prozentwert

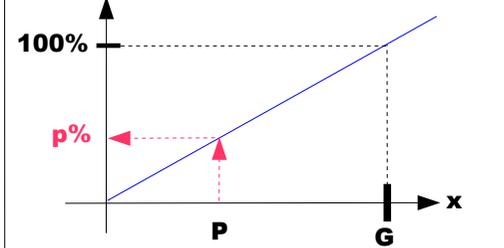
Die leere Zeile in der Mitte ist zur Berechnung eines Zwischenwertes, der immer den Wert „1“ einer Größe beinhaltet. Es ist zu beachten, dass das in einer anderen Spalte liegt, als beim Prozentsatz.

Wenn der Prozentsatz gesucht ist, stellt sich die Frage:

Wieviel % entsprechen dem Wert von 1 ?



Mit W ist der Startpunkt der parallelen Geraden (rot) bekannt, gesucht ist der Schnittpunkt p dieser Parallelen mit dem Strahl der Prozentachse.



Mit dem x-Wert G und dem y-Wert 100% ist die Gerade festgelegt: $P_0(0,0); P_1(G,100\%)$
 Gesucht ist y-Wert der % Skala an der x-Position P.

Wieviel % sind 15€ von 200€ Gegeben: Gesucht:
 G: 200 € p
 P: 15 €

(1)
$$\begin{aligned} 15 / 200 &= p / 100 \\ p &= 15 \cdot 100 / 200 \\ p &= 7,5 \% \end{aligned}$$

(2)

	%	Preis in €
: 200	100	200
• 15	0,5	1
	7,5	15

Diese Seite bestimmt, was gerechnet wird: : 200 • 15

Diese Seite hat sich daran zu halten und zieht nach: : 100 • 5

Prozentrechnung v. h., Prozentsatz (p) = ?
 Der Exportumsatz eines Unternehmens betrug im Jahre 2000. 1.346.800,- €. Im folgenden Jahr war er um 285.000,- € höher. Wie groß ist die prozentuale Zunahme ?

Schätzung:
 10 % des Umsatzes sind rund 134.000,- € ; daher beträgt der gesuchte Prozentsatz etwas mehr als 20 %.

Lösung mit Dreisatz

1.346.800 € 100 %	
285.000 € x %	

$x = 100 \cdot 285.000 / 1.346.800$
 $= 21,2 \%$

Lösung mit Formel:

$$p = \frac{W \cdot 100}{G} = \frac{285.000 \cdot 100}{1.346.800}$$

$= 21,2 \%$

Die prozentuale Zunahme des Exportumsatzes beträgt 21,2 %.

Intensivkurs – Mathematik: Prozentrechnung

Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele
-------	--------------------	-----------------

Prozentrechnung

■ Prozentrechnung von Hundert ★ Berechnung des Grundwertes

<p style="text-align: center;">Als Formel</p> <p>(1) $G = \frac{P}{p} \cdot 100$</p>	<p style="text-align: center;">Als Dreisatz</p> <p>(2) $p\% \dots\dots\dots W$ $1\% \dots\dots\dots W/p$ $100\% \dots\dots\dots G?$</p>
--	---

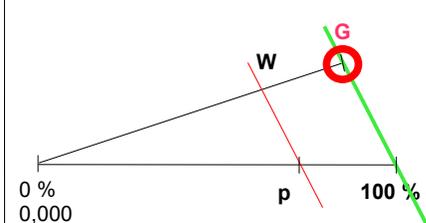
Wenn der Grundwert gesucht ist, dann muß dieser in der in der letzten Zeile stehen.

- Der Prozentwert P entspricht dem Prozentsatz p%
- Der Grundwert G entspricht immer dem 100%.

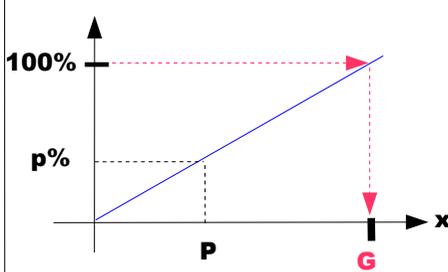
%	Preis in €
Prozentsatz	Prozentwert
1	
100	Grundwert

Die leere Zeile in der Mitte ist zur Berechnung eines Zwischenwertes, der immer den Wert „1“ einer Größe beinhaltet.

Wenn der Grundwert gesucht ist, stellt sich die Frage:
Welcher Wert entspricht dem Prozentsatz von 1% ?



Mit p und W ist die Geraden (rot) eindeutig gegeben, gesucht ist der Schnittpunkt G der Parallelen mit dem Strahl der Werte. Mit 100 % ist der Startpunkt der Geraden (grün) bekannt, so dass eine Parallelverschiebung möglich ist



Mit dem x-Wert P und dem y-Wert p% ist die Gerade festgelegt: $P_0(0,0)$; $P_1(P,p\%)$
 Gesucht ist x-Wert G an der y-Position 100%.

4% sind 30 €, wieviel € sind dann 100% Gegeben: Gesucht:
 P: 30 € G
 p: 4%

(1)
$$\begin{aligned} 30 / G &= 4 / 100 \\ G &= 30 \cdot 100 / 4 \\ G &= 750 \text{ €} \end{aligned}$$

(2)

%	Preis in €
4	30
1	7,5
100	750

Diese Seite bestimmt, was gerechnet wird: $:4$ $\cdot 100$

Diese Seite hat sich daran zu halten und zieht nach: $:4$ $\cdot 100$

Prozentrechnung v. h., Grundwert G = ?
 Ein Unternehmer errechnete für den Monat Februar bei einem einheitlichen Steuersatz von 20 % eine Umsatzsteuer von 6.935,68 €. Wie hoch war der Nettoumsatz (= das steuerpflichtige Entgelt = G) in diesem Monat?

Schätzung:
 1 % = 7.000 : 20 = 350,- €, 100 % daher rund 35.000,- €

Lösung mit Schlussrechnung

20 %	6.935,68 €
100 %	x €

$x = 6.935,68 \cdot 100 / 20$
 $= 34.678,40 \text{ €}$

Lösung mit Formel:

$$G = \frac{W \cdot 100}{p} = \frac{6.935,68 \cdot 100}{20}$$

= 34.678,40 €

Intensivkurs – Mathematik: Prozentrechnung

Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele
-------	--------------------	-----------------

Prozentrechnung ■ Prozentrechnung auf Hundert = Vermehrter Grundwert

★ **Berechnung des Prozentsatzes**

Die Berechnung des Prozentsatzes erfolgt auf die gleiche Weise, wie bei einfachen Prozentaufgaben. Es ist nur darauf zu achten, dass der richtige Prozentwert benutzt wird.

Als Formel

$$(1) \quad p = \frac{P}{G} \cdot 100$$

Als Dreisatz

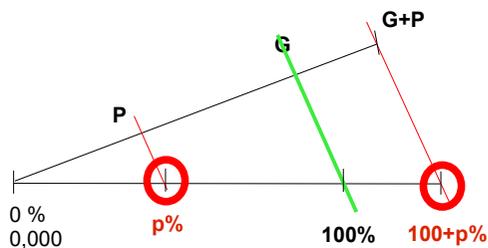
$$(2) \quad \begin{array}{l} 100 \% \dots\dots\dots G \\ 100/G \dots\dots\dots 1 \\ \underline{\quad p \% \dots\dots\dots P ?} \end{array}$$

%	Preis in €
100	Grundwert
	⚡
Prozentsatz	Prozentwert

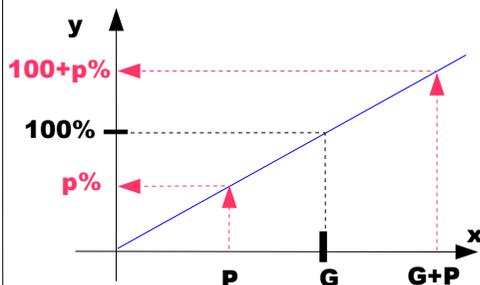
Die leere Zeile in der Mitte ist zur Berechnung eines Zwischenwertes, der immer den Wert „1“ einer Größe beinhaltet. Es ist zu beachten, dass das in einer anderen Spalte liegt, als beim Prozentsatz.

Wenn der Prozentsatz gesucht ist, stellt sich die Frage:

Wieviel % entsprechen dem Wert von 1 ?



Mit G und 100% ist die Schnittgerade festgelegt. Parallelverschiebung auf dem Wertstrahl in die Positionen G+P und P liefert auf dem Prozentstrahl die zugehörigen Prozente.



Mit dem x-Wert G und dem y-Wert 100% ist die Gerade festgelegt: $P_0(0,0)$; $P_1(G, 100\%)$. Gesucht ist y-Wert der % Skala an der x-Position P, oder der y-Wert der % - Skala an der Position G+P

Der Preis eines Artikel wurde von 750 € erhöht und kostet jetzt 1100 €. Gegeben:
G+P: 1100 €
G: 750 €

Aufgabe 1
Um wieviel % wurde der Artikel erhöht
Gesucht: p

$$(1) \quad \begin{array}{l} 350 / 750 = p / 100 \\ p = 350 \cdot 100 / 750 \\ p = 46,66 \% \end{array}$$

Der zu benutzende Prozentwert ist: $G+P - G = P = 350$

%	Preis in €
100	750
0,133	1
46,66	350

Der Preis wurde **um** 46,66% erhöht.

Die **Differenz** der beiden Prozentzahlen muss 100 ergeben.

Aufgabe 2:
Wieviel % beträgt der Neupreis gegenüber dem alten Preis

Gesucht: 100 + p

Der zu benutzende Prozentwert ist: $G+P = 1100$

$$(1) \quad \begin{array}{l} 1100 / 750 = p / 100 \\ p = 1100 \cdot 100 / 750 \\ p = 146,66 \% \end{array}$$

%	Preis in €
100	750
0,133	1
146,66	1100

Der Preis wurde **auf** 146,66% erhöht.

Intensivkurs – Mathematik: Prozentrechnung

Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele
-------	--------------------	-----------------

Prozentrechnung

■ **Prozentrechnung auf Hundert = Vermehrter Grundwert**
★ **Berechnung des Prozentwertes**

<p>Als Formel</p> <p>(1) $P = \frac{(G + P)}{100 + p} \cdot p$</p>	<p>Als Dreisatz</p> <p>(2) $\begin{array}{l} (100 + p) \% \dots\dots\dots (G + P) \\ \hline p \% \dots\dots\dots P ? \end{array}$</p>
--	---

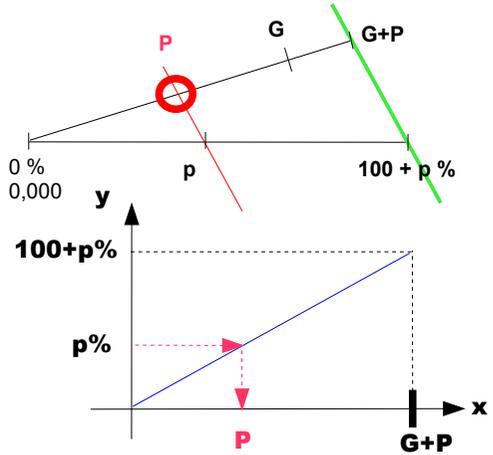
Der vermehrte Grundwert (G + P) entspricht (100 + p) Prozent. Man schließt zunächst auf 1 %, indem man (G + P) durch (100 + p) dividiert. Da der Prozentwert für den Prozentsatz p gefragt ist, braucht man nur den Wert für 1 % mit p zu multiplizieren.

	%	Preis in €
: 100+p	100 + p	Grundwert+ Prozentwert
	1	
• p	p	Prozentwert

Wenn der Prozentwert oder der Grundwert gesucht sind, dann müssen diese in der in der letzten Zeile stehen.

- Der Prozentwert P entspricht dem Prozentsatz p%
- Die leere Zeile in der Mitte ist zur Berechnung eines Zwischenwertes, der immer den Wert „1“ einer Größe beinhaltet.

Wenn der Prozentwert gesucht ist, stellt sich die Frage:
Wieviel Wert entsprechen dem Prozentsatz von 1% ?



Mit p ist der Startpunkt der parallelen Geraden (rot) bekannt, gesucht ist der Schnittpunkt P dieser Parallelen mit dem Strahl der Werte.

Mit dem x-Wert G+P und dem y-Wert 100+p% ist die Gerade festgelegt: $P_0(0,0)$; $P_1(G+P, 100+p\%)$
 Gesucht ist x-Wert P an der y-Position p%.

Der Preis eines Artikel wurde um 25% erhöht und kostet jetzt 150 €. Wieviel € kostet er jetzt mehr ?

Gegeben: G+P: 150 €
 p: 125%
 Gesucht: P

(1)
$$\begin{array}{l} P / 150 = 25 / 125 \\ P = 150 \cdot 25 / 125 \\ P = 30 \text{ €} \end{array}$$

(2)

	%	Preis in €
: 125	125	150
	1	1,2
• 25	25	30

Diese Seite bestimmt, was gerechnet wird: : 125 • 25

Diese Seite hat sich daran zu halten und zieht nach: : 125 • 25

Intensivkurs – Mathematik: Prozentrechnung

Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele
-------	--------------------	-----------------

Prozentrechnung **Prozentrechnung auf Hundert = Vermehrter Grundwert**

★ Berechnung des Grundwertes

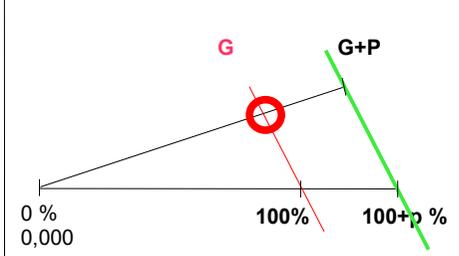
<p>Als Formel</p> $(1) \quad G = \frac{(G + P)}{100 + p} \cdot 100$	<p>Als Dreisatz</p> $(2) \quad \begin{array}{l} (100 + p) \% \dots\dots\dots (G + P) \\ \underline{100 \% \dots\dots\dots G ?} \end{array}$
--	--

Der vermehrte Grundwert (G + P) hat (100 + p) Prozent. Man schließt zunächst auf 1 % und multipliziert den Wert mit 100 (100% = G)

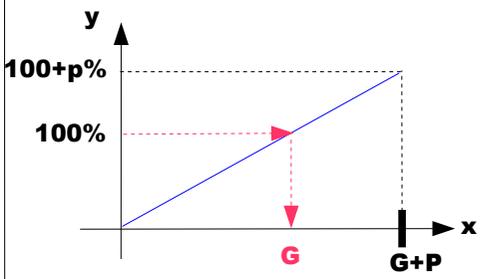
	%	Preis in €
: 100+p	100 + p	Grundwert+ Prozentwert
• 100	100	Grundwert

Wenn der Prozentwert oder der Grundwert gesucht sind, dann müssen diese in der in der letzten Zeile stehen.

- Der Grundwert G entspricht immer dem 100%.



Mit dem Gesamtwert G+P und den Gesamtprozenten 100+p% ist die Startgerade (grün) festgelegt. Diese ist auf dem Prozentstrahl parallel zu verschieben auf die Position 100%. Auf dem Wertstrahl kann der Grundwert abgelesen werden.



Mit dem x-Wert G+P und dem y-Wert 100+p% ist die Gerade festgelegt: $P_0(0,0); P_1(G+P,100+p\%)$. Gesucht ist x-Wert G an der y-Position 100%.

Der Preis eines Artikel wurde um 25% erhöht und kostet jetzt 150 €. Was kostet der Artikel vorher ?

Gegeben: G+P: 150 €
p: 125%

Gesucht: G

(1)

$$\begin{aligned} 150 / G &= 125 / 100 \\ G &= 150 \cdot 100 / 125 \\ G &= 120 \text{ €} \end{aligned}$$

(2)

	%	Preis in €
: 125	125	150
• 100	100	120

Diese Seite bestimmt, was gerechnet wird: : 125 • 100

Diese Seite hat sich daran zu halten und zieht nach: : 125 • 100

Intensivkurs – Mathematik: Prozentrechnung

Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele
-------	--------------------	-----------------

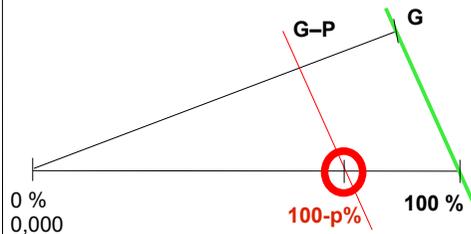
Prozentrechnung	<div style="text-align: center;"> ■ Prozentrechnung in Hundert = Verminderter Grundwert </div> <div style="text-align: center; border: 1px solid green; padding: 2px;"> ★ Berechnung des Prozentsatzes </div>	
------------------------	--	--

<p style="text-align: center;">Als Formel</p> <p>(1) $p = \frac{P}{G} \cdot 100$</p>	<p style="text-align: center;">Als Dreisatz</p> <p>(2) $\begin{array}{l} 100 \% \dots\dots\dots G \\ 100/G \dots\dots\dots 1 \\ \underline{p \% \dots\dots\dots P ?} \end{array}$</p>
--	---

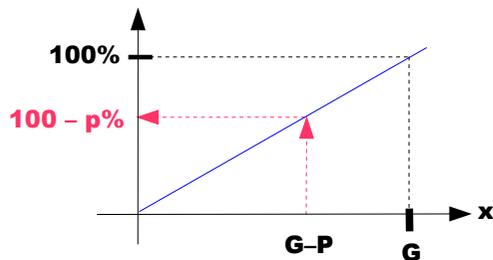
%	Preis in €
100	Grundwert
	1
Prozentsatz	Prozentwert

Die leere Zeile in der Mitte ist zur Berechnung eines Zwischenwertes, der immer den Wert „1“ einer Größe beinhaltet. Es ist zu beachten, dass das in einer anderen Spalte liegt, als beim Prozentsatz.

Wenn der Prozentsatz gesucht ist, stellt sich die Frage:
Wieviel % entsprechen dem Wert von 1 ?



Mit $G-P$ ist der Startpunkt der parallelen Geraden (rot) bekannt, gesucht ist der Schnittpunkt p dieser Parallelen mit dem Strahl der Prozentachse.



Mit G und 100% ist die Gerade eindeutig bestimmt : $P_0(0,0)$; $P_1(G,100\%)$
 Gesucht ist y-Wert an der Stelle $G - P$.

Bei einer Qualitätskontrolle von 6000 Radkappen waren 5920 fehlerfrei.
 Gegeben:
 $G-P$: 5920 St
 G : 6000 St

Aufgabe 1
 Wieviel % konnten nicht verkauft werden

(1)
$$\begin{aligned} 80 / 6000 &= p / 100 \\ p &= 80 \cdot 100 / 6000 \\ p &= 1,33 \% \end{aligned}$$

Gesucht: p

Der zu benutzende Prozentwert ist :
 $G - (G-P) = P = 80$

	%	Stück	
: 6000	100	6000	← 6000
• 80	0,0166	1	← 80
	1,33	80	

Es wurden 1,33% nicht verkauft.

Die **Summe** der beiden Prozentzahlen muss 100 ergeben.

Aufgabe 2:
 Wieviel % der Radkappen konnten verkauft werden.

(1)
$$\begin{aligned} 5920 / 6000 &= p / 100 \\ p &= 5920 \cdot 100 / 6000 \\ p &= 98,66 \% \end{aligned}$$

Gesucht: $100 - p$

Der zu benutzende Prozentwert ist :
 $G - P = 5920$

	%	Stück	
: 6000	100	6000	← 6000
• 5920	0,0166	1	← 5920
	98,66	1100	

Es wurden 98,66% verkauft.

© Dipl.-Math.
 Armin Richter



Intensivkurs – Mathematik: Prozentrechnung

Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele
-------	--------------------	-----------------

Prozentrechnung

■ **Prozentrechnung in Hundert = Verminderter Grundwert**

★ **Berechnung des Prozentwertes**

Als Formel	Als Dreisatz
$(1) \quad P = \frac{(G - P)}{100 - p} \cdot p$	$(2) \quad \begin{array}{l} (100 - p) \% \dots\dots\dots (G - P) \\ \underline{\hspace{1.5cm} p \% \dots\dots\dots P ?} \end{array}$

Der verminderte Grundwert (G - P) entspricht (100 - p) Prozent. Man schließt zunächst auf 1 %, indem man (G - P) durch (100 - p) dividiert. Da der Prozentwert für den Prozentsatz p gefragt ist, braucht man nur den Wert für 1 % mit p zu multiplizieren.

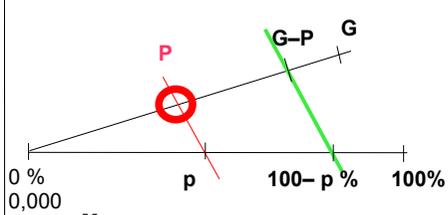
	%	Preis in €
: 100-p	100 - p	Grundwert - Prozentwert
• p	↓	
	p	Prozentwert

Wenn der Prozentwert oder der Grundwert gesucht sind, dann müssen diese in der in der letzten Zeile stehen.

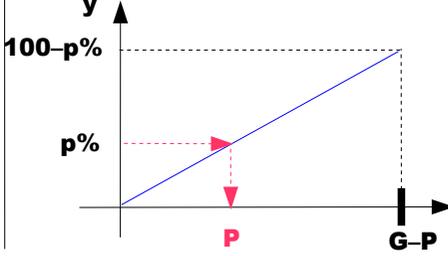
- Der Prozentwert P entspricht dem Prozentsatz p%

Die leere Zeile in der Mitte ist zur Berechnung eines Zwischenwertes, der den Wert einer Größe beinhaltet, der für 1% steht.

Wenn der Prozentwert gesucht ist, stellt sich die Frage:
Wieviel Wert entsprechen dem Prozentsatz von 1% ?



Der Wert G-P und der zugehörige Prozentsatz 100-p% bestimmen die Ausgangsgerade. Mit p ist der Startpunkt der parallelen Geraden (rot) bekannt, gesucht ist der Schnittpunkt P dieser Parallelen mit dem Strahl der Werte.



Mit dem x-Wert G-P und dem y-Wert 100-p% ist die Gerade festgelegt: $P_0(0,0)$; $P_1(G-P, 100-p\%)$
 Gesucht ist x-Wert P an der y-Position p%.

Der Preis eines Artikel wurde um 30% herabgesetzt und kostet jetzt 49 €. Wieviel € kostet er jetzt weniger ?

Gegeben: Gesucht:
 G-P: 49 € P
 p: 70%

(1)

$$\begin{aligned} P / 30 &= 49 / 70 \\ P &= 49 \cdot 30 / 70 \\ P &= 21 \text{ €} \end{aligned}$$

(2)

	%	Preis in €
: 70	70	49
: 30	1	0,7
	30	21

Diese Seite bestimmt, was gerechnet wird: ↻ :70 ↻ :30

Diese Seite hat sich daran zu halten und zieht nach: ↻ :70 ↻ :30

Intensivkurs – Mathematik: Prozentrechnung

Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele
-------	--------------------	-----------------

Prozentrechnung

■ **Prozentrechnung in Hundert = Verminderter Grundwert**

★ **Berechnung des Grundwertes**

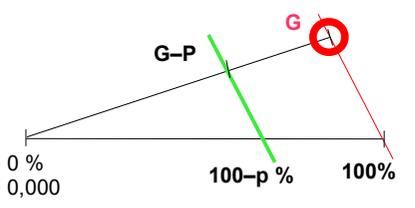
<p>Als Formel</p> <p>(1) $G = \frac{(G-P)}{100-p} \cdot 100$</p>	<p>Als Dreisatz</p> <p>(2) $\begin{array}{l} (100-p)\% \dots\dots\dots (G-P) \\ \hline 100\% \dots\dots\dots G? \end{array}$</p>
--	--

Der vermehrte Grundwert (G - P) hat (100 - p) Prozent. Man schließt zunächst auf 1 % und multipliziert den Wert mit 100 (100% = G)

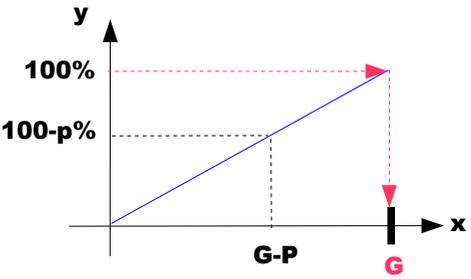
	%	Preis in €
: 100-p	100 - p	Grundwert - Prozentwert
• 100	100	Grundwert

Wenn der Prozentwert oder der Grundwert gesucht sind, dann müssen diese in der in der letzten Zeile stehen.

- Der Grundwert G entspricht immer dem 100%.



Mit dem Gesamtwert G-P und den Gesamtprozenten 100-p% ist die Startgerade (grün) festgelegt. Diese ist auf dem Prozentstrahl parallel zu verschieben auf die Position 100%. Auf dem Wertstrahl kann der Grundwert abgelesen werden.



Mit dem x-Wert G-P und dem y-Wert 100-p% ist die Gerade festgelegt: $P_0(0,0)$; $P_1(G-P, 100-p\%)$. Gesucht ist x-Wert G an der y-Position 100%.

Der Preis eines Artikel wurde um 30% herabgesetzt und kostet jetzt 49 €. Wieviel € kostet er jetzt weniger ?

Gegeben: G-P: 49 €
p: 70%

Gesucht: G

(1)

$$\begin{aligned} 49 / G &= 70 / 100 \\ G &= 49 \cdot 100 / 70 \\ G &= 70 \text{ €} \end{aligned}$$

(2)

	%	Preis in €
: 70	70	49
: 100	1	0,7
• 100	100	70

Diese Seite bestimmt, was gerechnet wird: : 70 • 100

Diese Seite hat sich daran zu halten und zieht nach: : 70 • 100

Intensivkurs – Mathematik: Prozentrechnung

Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele
-------	--------------------	-----------------

Prozentrechnung

■ Verknüpfung von Prozentrechnung in Hundert mit Prozentrechnung auf 100

Es ist denkbar, dass bei einem ein Artikel mehrfach der Pries geändert wurde und es ist die Frage gestellt: Wieviel hat der Artikel ursprünglich gekostet ? Dabei sind Preissenkungen und Preissteigerungen möglich, aber auch mehrfache Preissenkung oder mehrfache Preissteigerung. Eine Möglichkeit zum Lösen solcher Aufgaben ist es, die Aufgabe in Etappen zu lösen und immer den Neuen Grundwert für die nächste Etappe zu bestimmen. Hier soll der frage nachgegangen werden, lässt sich die Rechnung in einem Schritt vollziehen.

Der gesuchte Grundwert1 steht in der letzten Zeile

- Der veränderte Grundwert $G_2 \pm P_2$ muss zunächst auf den Grundwert G_2 zurückgeführt werden.
- Dazu ist durch p_2 zu dividieren und für die Berechnung eines Grundwertes mit 100 zu multiplizieren
- Der ermittelte Grundwert G_2 ist gleichzeitig der erste erweiterte Grundwert $G_1 \pm P_1$. Dieser Wert ist durch p_1 zu dividieren und für die Berechnung eines Grundwertes mit 100 zu multiplizieren.

	%	Preis in €
: 100±p ₂	Prozentsatz 2	Prozentwert 2
• 100	↓	
: 100±p ₁	100 = Prozentsatz 1	Grundwert 2 = Prozentwert 1
• 100	↓	
	100	Grundwert 1

$$(2) \quad G_2 = \frac{(G_2 \pm P_2)}{100 \pm p_2} * 100$$

mit $G_1 \pm P_1 = G_2$

$$(1) \quad G_1 = \frac{(G_1 \pm P_1)}{100 \pm p_1} * 100 = \frac{(G_2 \pm P_2) * 100 * 100}{(100 \pm p_1) (100 \pm p_2)}$$

Der Preis eines Fernsehgerätes wurde vor Weihnachten um 12% heraufgesetzt und Ende Januar zum Winterschlussverkauf um 25% wieder reduziert und kostet jetzt 960 €. Wieviel € kostete das Gerät vor der Preiserhöhung ?

Gegeben: $G_2 - P_2$: 960 € Gesucht: G_1
 p_2 : -25%
 p_1 : +12%

	%	Preis in €
: 100-25	75	960 €
• 100	↓	12,8 €
: 100+12	100 = 112	1280 €
• 100	↓	11,42857 €
	100	1142,85 €

Der etwas verkürzte Rechenweg sieht dann folgendermaßen aus:

	%	Preis in €
		960 €
: 75	75	9600000 €
: 112	112	128000 €
	100	1142,85 €