Ähnliche Figuren

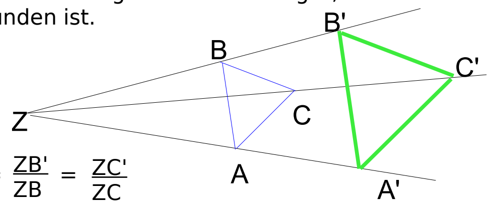
Zentrische Streckung

1

28

Die wichtigste Ähnlichkeitsabbildung ist die zentrische Streckung. Zentrische Streckung ist bestimmt durch einen Zentrumspunkt Z und einer geometrischen Figur, die durch die Strahlenbündel mit ihren Eckpunkten verbunden ist.

gegeben: A, B, C, Z und damit die Längen ZA, ZB, ZC



$ZA' = k * ZA$

$ZB' = k * ZB$

$ZC' = k * ZC$

$$\Rightarrow \quad \frac{ZA'}{ZA} = k, \quad \frac{ZB'}{ZB} = k, \quad \frac{ZC'}{ZC} = k \quad \Rightarrow \quad \frac{ZA'}{ZA} = \frac{ZB'}{ZB} = \frac{ZC'}{ZC}$$

Der **Streckungsfaktor k** verschiebt die Punkte A, B und C entlang der Strahlen in die Punkte A’, B’ und C’.

für $1 < k$ bewirkt eine Streckung
für $0 < k < 1$ bewirkt eine Stauchung
für $-1 < k < 0$ bewirkt eine Stauchung und Punktspiegelung an Z
für $k < -1$ bewirkt eine Streckung und Punktspiegelung an Z

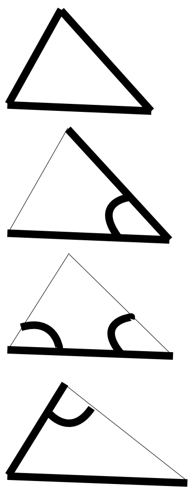
Ähnliche Figuren

Ähnliche Dreiecke

2

28

Abbildungen, die sich aus zentrischen Streckungen und Kongruenzabbildungen zusammensetzen lassen, heißen **Ähnlichkeitsabbildungen**.
Zwei Figuren F und F’ heißen ähnlich (F), wenn es eine Ähnlichkeitsabbildung gibt, die F in F’ überführt. F∼ F '



1. Ähnlichkeitssatz:
Stimmen Dreiecke in den Verhältnissen entsprechender Seitenlängen überein, so sind sie ähnlich.

2. Ähnlichkeitssatz:
Stimmen Dreiecke im Verhältnis zweier Seitenlängen und dem eingeschlossenen Winkel überein, so sind sie ähnlich.

3. Ähnlichkeitssatz:
Stimmen zwei Dreiecke in zwei Winkeln überein, so sind sie ähnlich.

4. Ähnlichkeitssatz:
Stimmen Dreiecke im Verhältnis zweier Seitenlängen und dem Gegenwinkel der größeren Seite überein, so sind sie ähnlich.

Ähnliche Figuren

1. Strahlensatz

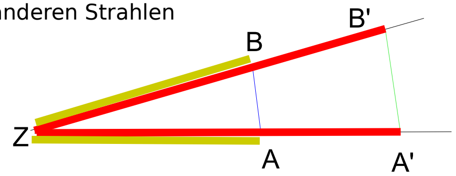
3

28

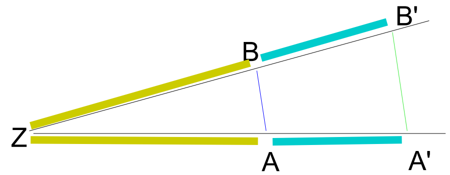
Voraussetzung: Zwei sich schneidende Geraden werden von zwei parallelen Geraden geschnitten.

Werden von einem Punkt Z ausgehende Strahlen von parallelen Geraden geschnitten, so verhalten sich die Abschnitte auf einem Strahl, wie die zugehörigen Abschnitte auf den anderen Strahlen

$$\frac{ZB'}{ZB} = \frac{ZA'}{ZA}$$



$$\frac{ZA}{AA'} = \frac{ZB}{BB'}$$



Ähnliche Figuren

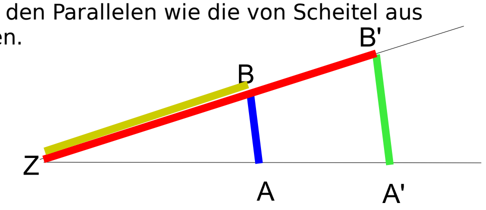
2. Strahlensatz

4

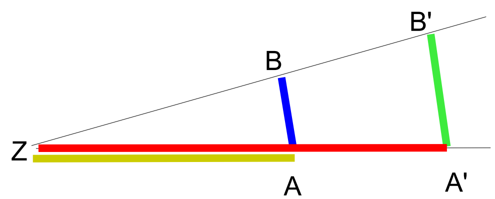
28

Werden von einem Punkt Z ausgehende Strahlen von parallelen Geraden geschnitten, so verhalten sich die Abschnitte auf auf den Parallelen wie die von Scheitel aus gemessenen Abschnitte auf den Strahlen.

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{ZB'}{ZB}$$



$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{ZA'}{ZA}$$



Ähnliche Figuren

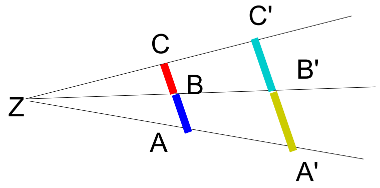
3. Strahlensatz

5

28

Werden von einem Punkt Z ausgehende Strahlen von parallelen Geraden geschnitten, so verhalten sich die Abschnitte auf der einen Parallelen wie die Abschnitte auf der anderen Parallelen

$$\frac{CB}{BA} = \frac{C'B'}{B'A'}$$



Alle Aussagen der drei Strahlensätze gelten für beliebig viele Strahlen und beliebig viele parallele Geraden.

Rechtwinklige Dreiecke

Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck

7

28

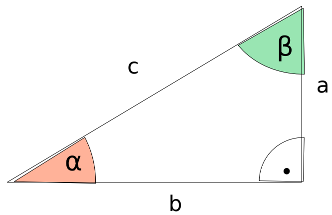
In einem rechtwinkligen Dreieck ist definiert:

$$\sin\alpha = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} = \frac{a}{c}$$

$$\cos\alpha = \frac{\text{Ankathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} = \frac{b}{c}$$

$$\tan\alpha = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha} = \frac{a}{b} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\cot\alpha = \frac{\text{Ankathete von } \alpha}{\text{Gegenkathete von } \alpha} = \frac{b}{a} = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$



$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ $\qquad$ $\tan\alpha = \dfrac{1}{\cot\alpha}$

Rechtwinklige Dreiecke

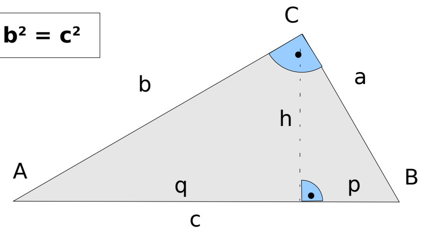
Satzgruppe des Pythagoras

6

28

Satz des Pythagoras:
In jedem rechtwinkligen Dreieck ist das Hypotenusenquadrat flächengleich der Summe der Flächeninhalte der Kathetenquadrate.

$\boxed{a^2 + b^2 = c^2}$



Höhensatz:
In jedem rechtwinkligen Dreieck ist das Quadrat über der Höhe flächengleich dem Rechteck aus den beiden Hypotenusenabschnitten.

$\boxed{h^2 = p \cdot q}$

Kathetensätze:
In jedem rechtwinkligen Dreieck ist jedes Kathetenquadrat flächengleich dem Rechteck aus der Hypotenuse und dem der Kathete anliegenden Hypotenusenabschnitt.

$\boxed{b^2 = c \cdot q}$ $\qquad$ $\boxed{a^2 = c \cdot p}$

Rechtwinklige Dreiecke

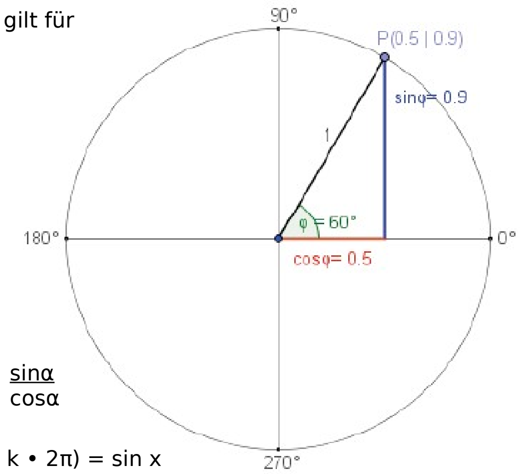
Sinus und Kosinus am Einheitskreis

8

28

Liegt ein Punkt P auf dem Einheitskreis, so gilt für seine Koordinaten:

- $\cos\varphi$ ist der x-Wert von P
- $\sin\varphi$ ist der y-Wert von P.



Beispiele:

$\cos 60^0 = \cos 300^0 =$

$\cos 120^0 = \cos 240^0 =$

$\sin 45^0 = \sin 135^0 =$

$\sin 240^0 = \sin 300^0 =$

(1) $\sin\alpha = \cos(90° - \alpha)$

(1') $\cos\alpha = \sin(90° - \alpha)$

(2) $\sin2\ \alpha + \cos2\ \alpha = 1$ $\qquad$ (3) $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

Dabei gilt für jede ganze Zahl k:

(4) $\sin(\alpha + k \cdot 360°) = \sin\alpha$ bzw. $\sin(x + k \cdot 2\pi) = \sin x$

(5) $\cos(\alpha + k \cdot 360°) = \cos\alpha$ bzw. $\cos(x + k \cdot 2\pi) = \cos x$

Rechtwinklige Dreiecke

Das Bogenmaß

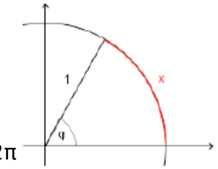
9

28

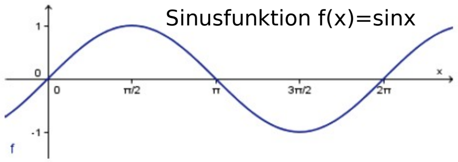
Das Bogenmaß x eines Winkels ist die Länge des zugehörigen Bogens im Einheitskreis (Kreis mit Radius 1):

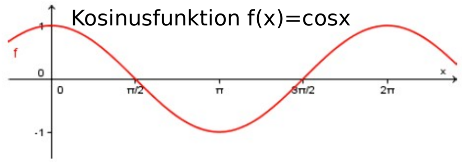
$x = \frac{\varphi}{360^0} 2\pi$

Besondere Werte: $90^0 = \frac{\pi}{2}$ $180^0 = \pi$ $270^0 = \frac{3\pi}{2}$ $360^0 = 2\pi$



Trigonometrische Funktionen im Bogenmaß





- Definitionsmenge
- Wertemenge
- periodisch mit der Periode 2π
  sin(x + k•2π) = sin x mit k ∈ Z
- Sinuskurve ist punktsymmetrisch zum Ursprung

- Definitionsmenge
- Wertemenge
- periodisch mit der Periode 2π
  cos(x + k•2π) = cos x mit k ∈ Z
- Kosinuskurve ist achsensymmetrisch zur y-Achse

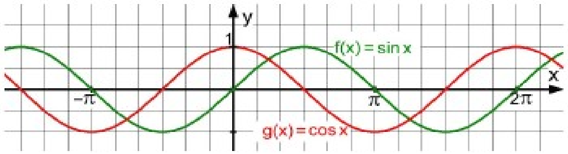
Rechtwinklige Dreiecke

Die allgemeine Sinus-Funktion

10

28

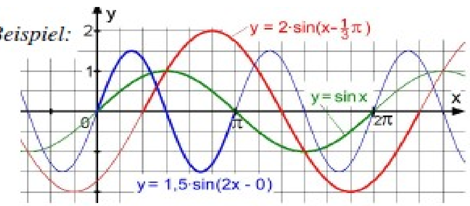
Verwendet man für den Winkel das Bogenmaß x, so sind die Sinus- und Kosinusfunktion periodisch mit der Periode 2p . Für beide gilt: Definitionsmenge D = ℝ und Wertemenge W = [-1 ; 1].



Im Funktionsterm f(x) = a•sin(b•(x-c)) +d bewirkt

- a eine Streckung / Stauchung in y-Richtung. Die Amplitude ist . Für a<0 ist sie an der x- Achse gespiegelt.
- b eine Streckung / Stauchung in x-Richtung, d.h. eine Veränderung der Periode: Die Periodenlänge ist .
- c>0 (c<0) eine Verschiebung in x-Richtung um c nach rechts (links).
- d eine Verschiebung um in y-Richtung

Beispiel:



Potenzen, Wurzeln, Logarithmen

Rechnen mit Zehnerpotenzen

11

28

- Bei der Multiplikation einer Dezimalzahl mit 10, 100, 1000,... verschiebt sich das Komma um 1, 2, 3... Stellen nach rechts.
- Bei der Division einer Dezimalzahl durch 10, 100, 1000,... verschiebt sich das Komma um 1, 2, 3,... Stellen nach links.

	• 10	• 10	• 10	• 10
1,5	15	150	1 500	15 000
0,024	0,24	2,4	24	240
23	230	2300	23 000	230 000
0,7645	7,645	76,45	764,5	7 645
	: 10	: 10	: 10	: 10

Potenzen, Wurzeln, Logarithmen

Potenzen mit gleicher Basis

12

28

Sind die Exponenten r, s ∊ Q und die Basis a positive reelle Zahlen, so gilt:

$a^r \cdot a^s = a^{r+s}$ und $a^r : a^s = a^{r-s}$

$(a^r)^s = a^{r \cdot s}$

Beispiele: $2^3 \cdot 2^4 = 2^{3+4} = 27$; $2^7 : 2^4 = 2^{7-4} = 2^3$; $\sqrt[4]{5} \cdot 5^{1,75} = 5^{0,25} \cdot 5^{1,75} = 5^{0,25+1,75} = 5^2 = 25$

Potenzen mit gleichem Exponenten

Sind die Exponenten r, s ∊ Q und die Basen a, b positive reelle Zahlen, so gilt:

$a^r \cdot b^r = (a \cdot b)^r$ und $a^r : b^r = (a:b)^r$

Beispiele: $2^5 \cdot 5^5 = (2 \cdot 5)^5 = 10^5$; $6^7 : 2^7 = (6:2)^7 = 3^7$; $48^{0.75} : 3^{0.75}$ $16^{0.75} = (2^4)$ $= 2^3 = 8$

Potenzen, Wurzeln, Logarithmen — 13 / 28

Wurzeln – Potenzen mit rationalem Exponenten

Da Potenzen nur als Vielfache der Multiplikation definiert sind, hat man den Potenzbegriff auch rationale Exponenten mit einer Definition erweitert.
Ziel jeder Erweiterung muss es sein, dass für die bekannten Fälle auch die bekannten Gesetze gelten.

$$\mathbf{a^{1/n} = \sqrt[n]{a}} \quad \text{für } a > 0$$

$$\mathbf{a^{m/n} = \sqrt[n]{(a^m)} = (\sqrt[n]{a})^m}$$

Der Nenner des Exponenten wird zum Wurzelexponent, der Zähler des Exponenten kommt als Exponent zum Radikanden oder als Exponent hinter die Wurzel.

Wurzeln berechnen aus einem Radikand c und einem Exponenten n den Wurzelwert a:

$$\mathbf{a = \sqrt[n]{c}}$$

Wurzelgesetze sind Potenzgesetze mit gebrochen-rationalem Exponenten

Potenzen, Wurzeln, Logarithmen — 14 / 28

Teilweises Wurzelziehen

- Geeignete Faktoren lassen sich vor die Wurzel ziehen;
  $\sqrt{147} = \sqrt{49 \cdot 3} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{3} = 7\sqrt{3}$; $\sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{27 \cdot 2} = \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{2} = 3 \cdot \sqrt[3]{2}$

Rationalmachen des Nenners

- Bruchterme lassen sich so erweitern, dass im Nenner keine Wurzeln mehr auftreten.
  $\frac{15}{\sqrt{5}} = \frac{15\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}} = \frac{15\sqrt{5}}{5} = 3\sqrt{5}$

n – te Wurzel und rationale Exponenten

Für $a \geq 0$ ist $\sqrt[n]{a}$ diejenige nicht negative Zahl, deren n-te Potenz a ergibt. ($n \in \mathbb{N}$; $n \geq 2$).

$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$ ($a \geq 0$; $n \in \mathbb{N}$; $n \geq 2$)

$a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$ bzw. $a^{-\frac{p}{q}} = \frac{1}{\sqrt[q]{a^p}}$ ($a \geq 0$ bzw. $a>0$; $p \in \mathbb{Z}$, $q \in \mathbb{N}$; $q \geq 2$)

Beispiele:

$$8^{-\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8^{-2}} = \sqrt[3]{\frac{1}{64}} = \frac{1}{4}$$

Potenzen, Wurzeln, Logarithmen — 15 / 28

Der Logarithmus

Berechnen von Logarithmen ist die Umkehroperation des Exponenzierens.

- Beim Potenzieren wird aus einer **Basis** a und einem **Exponenten** n ein **Potenzwert** c errechnet.
- Beim Wurzelziehen wir aus einem **Radikanten** c (Potenzwert) und einem **Wurzelexponenten** n ein **Wurzelwert** (Basis) a berechnet.
- Beim Logarithmieren wird für einen Wert c der **Logarithmus** (Exponent) n zu einer Basis a bestimmt.

Logarithmen berechnen zu einem Wert c den Exponenten n zu einer Basis a, mit dem man a Potenzieren muss, um c zu erhalten.

$$\mathbf{a^n = c \Rightarrow n = \log_a c}$$

$\log_a c$ heißt Logarithmus von c zur Basis a.

Spezialfälle:

$\log_a (1 / b) = - \log_a b$

$\log_a (a) = 1$

$\log_a (1) = 0$

$\log_a (0)$ ist undefiniert.

$\log_a (a^x) = x$

$a^{\log_a (b)} = b$

$\lim_{x \to +0} \log_a (x) = - \infty$

Potenzen, Wurzeln, Logarithmen — 16 / 28

Logarithmengesetze

Es existieren nur Logarithmengesetze zur gleichen Basis, als Parallelen zu den Potenzgesetzen mit gleicher Basis. Damit werden die Rechenoperationen vom Gesamtausdruck eines Logarithmus in eine niedrigere Rechenstufe bei den einzelnen Logarithmen transformiert:
Aus Multiplikation wird Addition (1. Logarithmengesetz)
aus Division wird Subtraktion (2. Logarithmengesetz)
aus Potenzieren wird Multiplizieren. (3. Logarithmengesetz)

Rechenregeln:

(1) $\log_a (u \cdot v) = \log_a u + \log_a v$

(2) $\log_a (u : v) = \log_a u - \log_a v$

(3) $\log_a u^n = n \cdot \log_a u$

Beispiele:

$\log_4 8 = 1{,}5$, weil $4^{1,5} = 8$

$\log_4 (8 \cdot 2) = \log_4 8 + \log_4 2$

Basistransformation des Logarithmus

(4) $\log_a u = \frac{\log_b u}{\log_b a}$

$\log_4 8 = \frac{\lg 8}{\lg 4}$

Wachstumsvorgänge

17

Lineares Wachstum

28

Zum Anfangswert b kommt pro Einheit der **konstante** Zuwachs m hinzu.

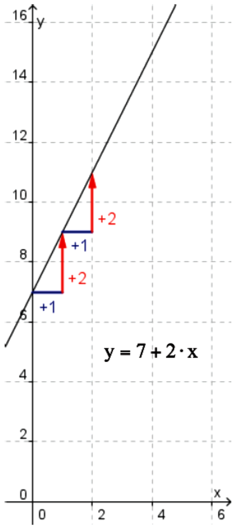
$$g(n + 1) = g(n) + m$$

Folgende lineare Funktionsgleichung beschreibt den Bestand y nach x Einheiten:

$$g(x) = m \cdot x + g(0)$$

Der zugehörige Graph ist ein Gerade mit Achsenabschnitt n und Steigung m.

Für m < 0 spricht man von linearer Abnahme.



Wachstumsvorgänge

18

Exponentielles Wachstum

28

Ein Wachstum mit konstantem Wachstumsfaktor

$$g(n+1) = q \cdot g(n)$$

gleichen (Zeit-)Schritten heißt exponentielles Wachstum.

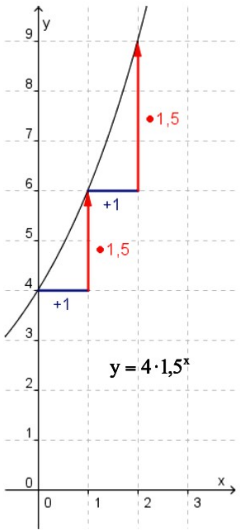
Daraus folgt: $g(1) = q \cdot g(0)$

$g(2) = q \cdot g(1) = q^2 \cdot g(0)$
$g(3) = q \cdot g(2) = q^3 \cdot g(0)$

<u>Allgemein:</u>
g(0) ist der Anfangswert. Der Zuwachs pro Einheit ist nicht mehr konstant. Während jeder Einheit ändert sich der Bestand um den gleichen Wachstumsfaktor q. Folgende Funktionsgleichung beschreibt den Bestand y nach nach x Einheiten:

$$g(x) = q^x \cdot g(0)$$

Für q < 1 spricht man von exponentieller Abnahme.



Wachstumsvorgänge

19

Beschränktes Wachstum

28

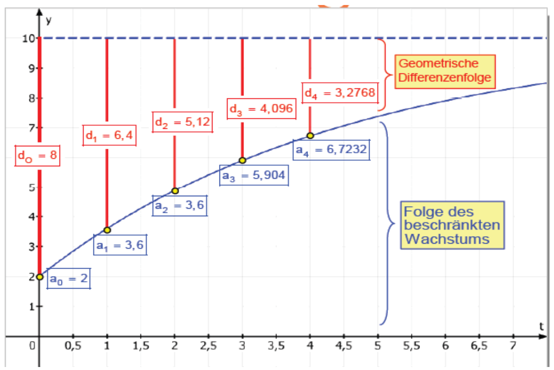
Es gibt eine obere Schranke, die das Wachstum begrenzt. Ein Wachstum mit konstanter Wachstumsdifferenz

$$g(t+1) = g(t) + k \cdot (G - g(t))$$

heißt beschränktes Wachstum.
Mit der Gegengröße d(t) = G – g(t) Differenz zur Grenze, entsteht ein exponentielles Wachstum.

$d(t) = G - g(t) \quad \Leftrightarrow g(t) = G - d(t)$

$d(t+1) = (1-k)\, d(t)$
$d(t) = (1-k)^t\, d(0)$



$g(t) = G - d(t) = G - (1-k)^t \cdot d(0) = G - (1-k)^t \cdot (G - g(0))$
Ausklammern von – 1 aus der zweiten Klammer liefert:

$$g(t) = G + (1-k)^t \cdot (g(0) - G)$$

Wahrscheinlichkeit

20

Ergebnis und Ereignisraum

28

Ein Experiment, dessen Ausgang man nicht voraussagen kann, nennt man Zufallsexperiment.
Den Ausgang des Experiments nennt man Ergebnis. Die Menge aller möglichen Ergebnisse nennt man Ergebnismenge oder Ergebnisraum W.

Beispiel: Werfen eines Würfels: W = {1; 2; 3; 4; 5; 6} ; W hat 6 Elemente: | W | = 6.

Ereignis und Gegenereignis

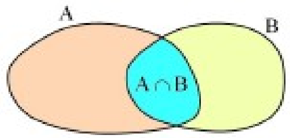
Kein, ein oder mehrere Ergebnisse fasst man zu einem Ereignis E zusammen.
Ein Ereignis ist also eine Teilmenge von W.
Das Gegenereignis E tritt genau dann ein, wenn E nicht eintritt: E = W \ E

Beispiel: Werfen eines Würfels:
Ereignis E= { 2; 4; 6} d.h. „gerade Augenzahl“
Gegenereignis E ={1; 3; 5} d.h. „keine gerade Augenzahl“

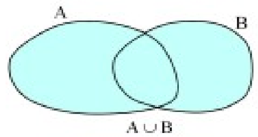
Wahrscheinlichkeit 21

Schnittmenge und Vereinigungsmenge 28

Die Schnittmenge A∩B enthält alle Elemente, die zur Menge A **und** zugleich zur Menge B gehören.



Die Vereinigungsmenge A∪B enthält alle Elemente, die zur Menge A oder zur Menge B gehören.



Ist A eine Teilmenge der Grundmenge Ω, so bezeichnet $\overline{A}$ = Ω\A alle Elemente aus der Grundmenge, die nicht zu A gehören.

Wahrscheinlichkeit 22

Vierfeldertafel 28

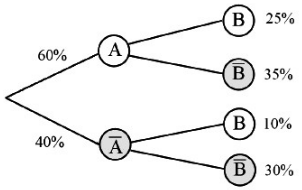
Sind A und B Ereignisse der Ergebnismenge Ω eines Zufallsexperiments, so zerlegen die Mengen A∩B ; A∩$\overline{B}$; $\overline{A}$∩B ; $\overline{A}$∩$\overline{B}$ die Ergebnismenge Ω.
Bei der Vierfeldertafel werden die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten wie in den folgenden Tabellen eingetragen.
(Gelegentlich werden auch die absoluten Anzahlen eingetragen und entsprechend summiert.)

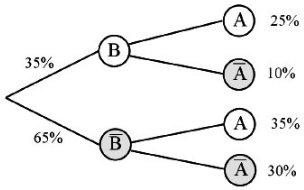
	B	$\overline{B}$	
A	P(A∩B)	P(A∩$\overline{B}$)	P(A)
$\overline{A}$	P($\overline{A}$∩B)	P($\overline{A}$∩$\overline{B}$)	P($\overline{A}$)
	P(B)	P($\overline{B}$)	P(Ω)

z.B.

	B	$\overline{B}$	
A	25%	35%	60%
$\overline{A}$	10%	30%	40%
	35%	65%	100%

Jede Vierfeldertafel dient als Ausgangspunkt zweier Baumdiagramme, je nachdem ob zuerst nach A und $\overline{A}$ oder zuerst nach B und $\overline{B}$ unterschieden wird.





Wahrscheinlichkeit 23

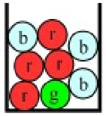
Mehrstufige Zufallsexperimente 28

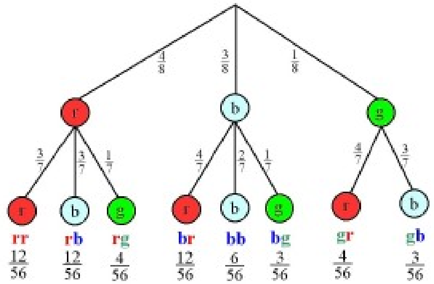
Ein Zufallsexperiment, das aus mehreren Teilexperimenten besteht, nennt man **mehrstufiges Zufallsexperiment**. Stellt man das Zufallsexperiment im Baumdiagramm dar, so gelten die beiden Pfadregeln.

1. Pfadregel
Man erhält die Wahrscheinlichkeit eines Ergebnisses, indem man die Wahrscheinlichkeiten längs des zugehörigen Pfades multipliziert.

2. Pfadregel
Bei mehrstufigen Zufallsexperimenten erhält man die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses, indem man die Summe der Wahrscheinlichkeiten der Pfade bildet, die zu dem Ereignis gehören.

Beispiel:
Aus einer Urne mit vier roten, drei blauen und einer grünen Kugel werden nacheinander zwei Kugeln gezogen.





Für die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses E: „genau eine blaue Kugel wird gezogen“ gilt:

$$P(E) = \frac{12}{56} + \frac{12}{56} + \frac{3}{56} + \frac{3}{56} = \frac{30}{56} = \frac{15}{28}$$

Wahrscheinlichkeit 24

Erwartungswert 28

Der Erwartungswert ist der zu erwartende Mittelwert von X in einer Reihe von Zufallsversuchen. Während sich der Mittelwert – eine Größe aus der beschreibenden Statistik – auf die Vergangenheit bezieht, also auf Werte, die in einer Stichprobe tatsächlich aufgetreten sind, beschreibt der Erwartungswert eine Größe, die sich auf die Zukunft bezieht, auf eine Größe mit der auf lange Sicht gerechnet werden muß.

Hat eine Zufallsvariable X die Werte x_1; x_2; x_3; ..x_n dann heißt

$$E(X) = x_1 \cdot P(X=x_1) + x_2 \cdot P(X=x_2) + x_3 \cdot P(X=x_3) + \ldots + x_n \cdot P(X=x_n)$$

Erwartungswert von X.

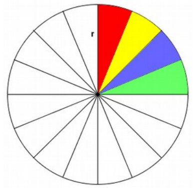
Man multipliziert den Wert, den eine Zufallsvariable annehmen kann mit der Wahrscheinlichkeit, dass sie diesen Wert annimmt. Alle die so entstandenen Produkte werden addiert. Zur Berechnung bietet sich die Nutzung einer Tabelle an.

x_1	x_2	x_3	.....	x_n
$P(X=x_1)$	$P(X=x_2)$	$P(X=x_3)$	.....	$P(X=x_n)$
$x_1 \cdot P(X=x_1) + x_2 \cdot P(X=x_2) + x_3 \cdot P(X=x_3) + \ldots + x_n \cdot P(X=x_n)$				

Kreise und Körper
Der Kreis

25
28

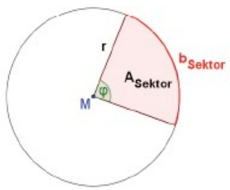
Kreisfläche und Radius stehen für alle Kreise in einem festen Verhältnis. Die Verhältniszahl heißt π und ist eine Naturkonstante und eine irrationale Zahl, dh., sie lässt sich nicht als Bruch schreiben. da es sich um eine Fläche handelt, ist die Abhängigkeit von r nicht linear, sondern in der zweiten Potenz gemäß "Fläche = Länge * Breite"



- Flächeninhalt: $U = \pi * r^2 = \pi * \frac{d^2}{4}$
- Umfang: $U = 2*\pi* r = \pi *d$

Der Kreissektor (Kreisausschnitt)

- Bogenlänge: $b_{Sektor} = \frac{\varphi}{360^0} 2\pi r$
- Flächeninhalt: $A_{Sektor} = \frac{\varphi}{360^0} \pi r^2$

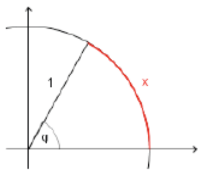


Kreise und Körper
Das Bogenmaß

26
28

Das Bogenmaß x eines Winkels ist die Länge des zugehörigen Bogens im Einheitskreis (Kreis mit Radius 1):

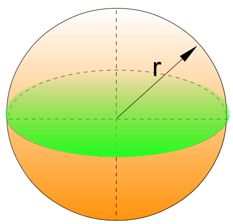
$$x = \frac{\varphi}{360^0} 2\pi$$



Besondere Werte: $90^0 = \frac{\pi}{2}$ $180^0 = \pi$ $270^0 = \frac{3\pi}{2}$ $360^0 = 2\pi$

Die Kugel

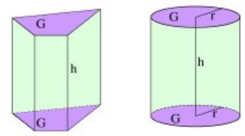
- Volumen der Kugel: $V_{Kugel} = \frac{4}{3} \pi r^3$
- Oberfläche der Kugel: $O_{Kugel} = 4 \pi r^2$



Kreise und Körper
Prisma und Zylinder

27
28

Für Prisma und Zylinder mit der Grundfläche G und der Höhe h gilt:

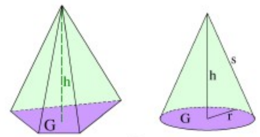


Volumen: $V = G \cdot h$

Oberflächeninhalt: $O = M + 2 \cdot G$

Die Mantelfäche M ist ein Rechteck bzw. aus Rechtecken zusammengesetzt.

Pyramide und Kegel

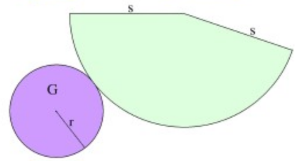


Für eine Pyramide und einen Kegel mit der Grundfläche G und der Höhe h gilt:

Volumen: $V = \frac{1}{3} G \cdot h$

Oberflächeninhalt: $O = M + G$

Die Mantelfläche des Kegels ist ein Kreissektor mit dem Radius s und der Bogenlänge b = 2πr



28
28