Mathematik – Intensivkurs: Dreieckskonstruktionen

Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele

Dreiecke Konstruktion

Konstruktion von Dreiecken

Zur Konstruktion von Dreiecken sind drei Angaben zum Dreieck notwendig. dabei führen aber nicht alle Möglichkeiten zu einem eindeutigen Dreieck. (z.B. die Angaben von drei Winkeln läßt ein Dreieck zeichnen, aber die Seitenlängen können unterschiedlich sein.) Für unser Zwecke ist es ausreichend, wenn festgelegt wird: Eine dieser Angaben muss eine Seitenlänge sein !

Es gibt eine Übersicht, welche Kombinationen möglich sind:

unterbestimmt – **lösbar** – **unlösbar**

1	a, b, c	20	a, β, h_c	39	a, s_a, s_b	58	α, h_a, w_α	77	h_a, h_b, s_a
2	a, b, α	21	a, β, s_a	40	a, s_a, w_α	59	α, h_a, w_β	78	h_a, h_b, s_c
3	a, b, γ	22	a, β, s_b	41	a, s_a, w_β	60	α, h_b, h_c	79	h_a, h_b, w_α
4	a, b, h_a	23	a, β, s_c	42	a, s_b, s_c	61	α, h_b, s_a	80	h_a, h_b, w_γ
5	a, b, h_c	24	a, β, w_α	43	a, s_b, w_α	62	α, h_b, s_b	81	h_a, s_a, s_b
6	a, b, s_a	25	a, β, w_β	44	a, s_b, w_β	63	α, h_b, s_c	82	h_a, s_a, w_α
7	a, b, s_c	26	a, β, w_γ	45	a, s_b, w_γ	64	α, h_b, w_α	83	h_a, s_a, w_β
8	a, b, w_a	27	a, h_a, h_b	46	a, w_α, w_β	65	α, h_b, w_β	84	h_a, s_b, s_c
9	a, b, w_γ	28	a, h_a, s_a	47	a, w_β, w_γ	66	α, h_b, w_γ	85	h_a, s_b, w_α
10	a, α, β	29	a, h_a, s_b	48	α, β, γ	67	α, s_a, s_b	86	h_a, s_b, w_β
11	a, α, h_a	30	a, h_a, w_α	49	α, β, h_a	68	α, s_a, w_α	87	h_a, s_b, w_γ
12	a, α, h_b	31	a, h_a, w_β	50	α, β, h_c	69	α, s_a, w_β	88	h_a, w_α, w_β
13	a, α, s_a	32	a, h_b, h_c	51	α, β, s_a	70	α, s_b, s_c	89	h_a, w_β, w_γ
14	a, α, s_b	33	a, h_b, s_a	52	α, β, s_c	71	α, s_b, w_α	90	s_a, s_b, s_c
15	a, α, w_α	34	a, h_b, s_b	53	α, β, w_α	72	α, s_b, w_β	91	s_a, s_b, w_α
16	a, α, w_β	35	a, h_b, s_c	54	α, β, w_γ	73	α, s_b, w_γ	92	s_a, s_b, w_γ
17	a, β, γ	36	a, h_b, w_α	55	α, h_a, h_b	74	$\alpha, w_\alpha, w_\beta$	93	s_a, w_α, w_β
18	a, β, h_a	37	a, h_b, w_β	56	α, h_a, s_a	75	$\alpha, w_\beta, w_\gamma$	94	s_a, w_β, w_γ
19	a, β, h_b	38	a, h_b, w_γ	57	α, h_a, s_b	76	h_a, h_b, h_c	95	$w_\alpha, w_\beta, w_\gamma$

nach *Lexikon der Mathematik, VEB Bibliographisches Institut Leipzig, 3. Auflage, 1981*

Zum Konstruieren eines Dreiecks mit Zirkel und Geodreieck sind folgende Grundkonstruktionen zu unterscheiden:

- drei Seiten sind gegeben (SSS)
- zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel (SWS)
- eine Seite und die beiden anliegenden Winkel (WSW)
- zwei Seiten und der Gegenwinkel einer Seite (SSW)

Die Konstruktionsbeschreibungen auf den nächsten Seiten sind ohne die üblichen Seiten – und Winkelbezeichnungen gegeben. Lediglich die Nummern der Seiten oder Winkel geben an, ob es sich um den zugehörigen Winkel zur Seite 1 handelt, oder ob es ein zweiter oder dritter Winkel ist. Damit ist es gleichgültig, welche Stücke gegeben sind.

Seite	s1 ; s2; s3
Winkel	w1; w2; w3
Höhe	h1; h2; h3
Seitenhalbierende	sh1; sh2; sh3
Winkelhalbierende	wh1; wh2; wh3

An diesem System der Bezeichnungen wird auch bei der Bezeichnung der Eckpunkte festgehalten. Der Eckpunkt E1 ist der Eckpunkt, der zu Seite s1 gehört. Wenn s1 die Seite a ist, dann ist auch E1 der Eckpunkt A. Ist s1 die Seite c, dann ist auch E1 der Eckpunkt C. Auf diese Art und Weise ist man unabhängig von der konkreten Vorgabe der Seiten und Dreieckslinien und es ist nur zu unterscheiden ob die Werte zur gleichen Seite gehören, oder zu einer anderen.

Eckpunkte	E1 ; E2 ; E3

"Die Konstruktion von Dreiecken" von Kurt Herterich

Mathematik – Intensivkurs: Dreieckskonstruktionen

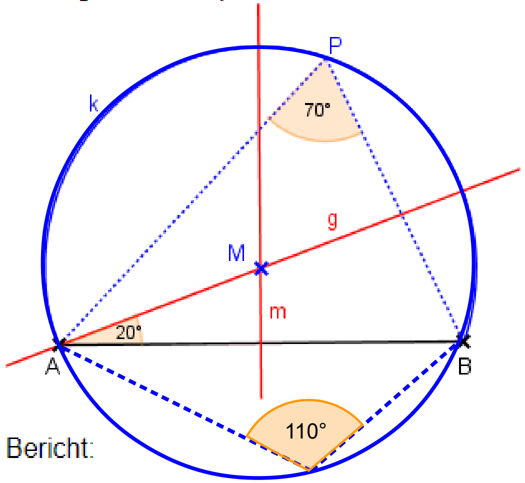
Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele

Dreiecke Konstruktion

Zwei Konstruktionen zum Ortsbogen 70°

Gesucht ist die Menge aller Punkte P, von denen aus man die Strecke AB unter dem Winkel 70° sieht

Lösung 1: Mit Peripherie-Zentriwinkelsatz



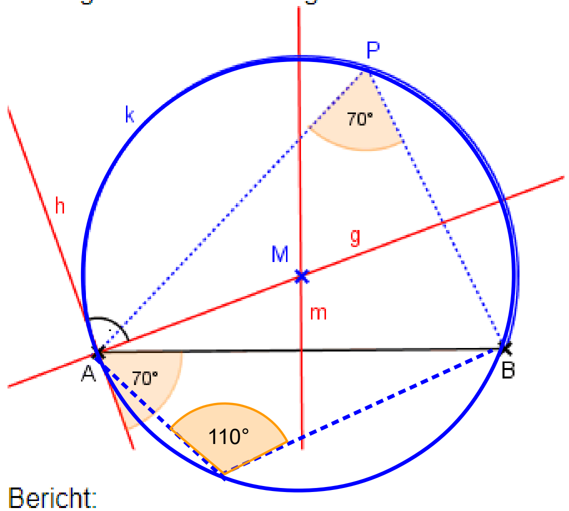
Bericht:

- Mittelsenkrechte m von AB
- Winkel 90°-70°=20° bei A an AB antragen → Schenkel g
- g ∩ m = {M}
- Bogen k mit Mittelpunkt M über AB ist gesuchte Lösung.
  (Für alle Punkte P auf k gilt: ∠APB = 70°)

Für die Benutzung der Ortsbogen zur Konstruktion von Dreiecken ist noch folgendes wichtig:
Muß man einen Winkel konstruieren, der **kleiner als 90°** ist, muß von der Sehne aus gesehen, der Peripheriepunkt **auf der gleiche Seite** sein, wie der Mittelpunkt des Kreises.
Muß man einen Winkel konstruieren, der **größer als 90°** ist, muß von der Sehne aus gesehen, der Peripheriepunkt **auf der anderen Seite** sein, wie der Mittelpunkt des Kreises.

Diese Kenntnis ist wichtig, um zu wissen, auf welche Seite von der Sehne der Mittelpunkt zu konstruieren ist. Die Winkel am Bogen haben immer die Größe 180 – α des jeweils anderen Winkels.

Lösung 2: Mit Sehnentangentenwinkelsatz



Bericht:

- Mittelsenkrechte m von AB
- Winkel 70° bei A an AB antragen → Schenkel h
- Senkrechte g zu h durch A
- g ∩ m = {M}
- Bogen k mit Mittelpunkt M über AB ist gesuchte Lösung.
  (Für alle Punkte P auf k gilt: ∠APB = 70°)

Mathematik – Intensivkurs: Dreieckskonstruktionen

Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele

Dreiecke Konstruktion

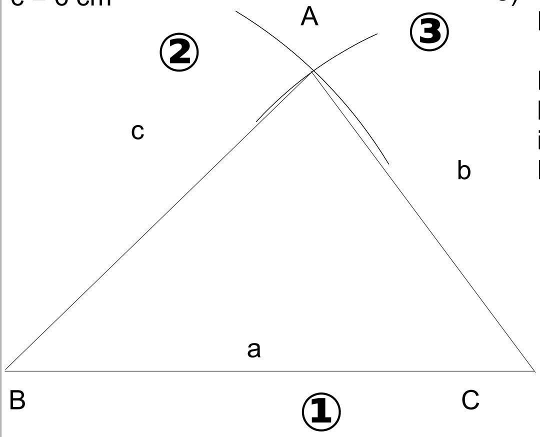
Konstruktion (1) s1, s2, s3

Eindeutigkeit:
Ein Dreieck ist eindeutig konstruierbar, wenn alle drei Seiten gegeben sind.
Kongruent:
Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie in drei Seiten übereinstimmen

(1) Konstruiere eine Seite
(2) Schlage um einen Eckpunkt den Kreis mit dem Radius der anderen Seitenlänge
(3) Schlage um den zweiten Eckpunkt einen Kreis mit dem Radius mit der jeweils anderen Seitenlänge

Die Konstruktion nach diesem Prinzip funktioniert nur, wenn für die drei Seiten die Dreiecksungleichung gilt: z.B $c > a + b$ oder $b > a+c$ oder $a > b + c$
Die Summe der beiden kleineren Seiten muss größer sein als die größte Seite des Dreiecks.

gegeben:
$a = 7$ cm
$b = 5$ cm
$c = 6$ cm



1) Konstruiere a
2) Schlage um B einen Kreis mit dem Radius c
3) Schlage um C einen Kreis mit dem Radius a

Der Schnittpunkt der beiden Kreisbögen ist der dritte Dreieckspunkt A

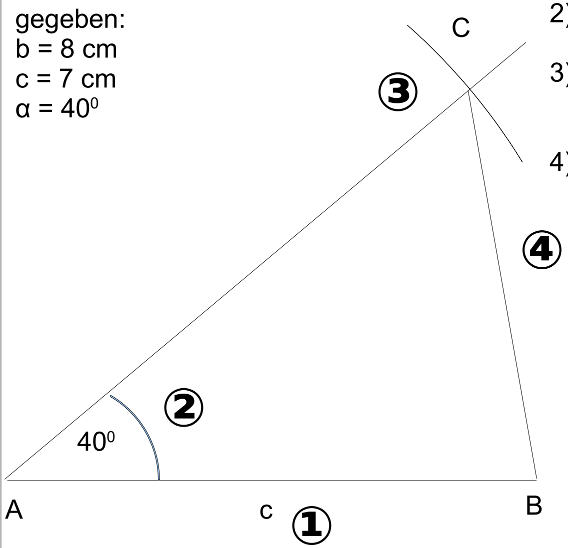
Konstruktion (3) s1, s2, w3

Eindeutigkeit:
Ein Dreieck ist eindeutig konstruierbar, wenn zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel übereinstimmen.
Kongruent:
Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie in zwei Seiten und dem eingeschlossenen Winkel übereinstimmen.

(1) Konstruiere eine Seite
(2) Trage im Eckpunkt den Winkel an, der zwischen den beiden Dreieckseiten gegeben ist und verlängere den Schenkel ausreichend
(3) Schlage um den Eckpunkt einen Kreis mit der zweiten angegebenen Seitenlänge.
(4) Die Verbindungslinie des Schnittpunktes mit dem anderen freien Eckpunkt erzeugt die dritte Seite

Es gibt keine Konstruktionsprobleme, da mit den beiden Seitenlängen auch die dritte Seite festgelegt ist.

gegeben:
$b = 8$ cm
$c = 7$ cm
$\alpha = 40^0$



1) Konstruiere c
2) Setze im Eckpunkt A den Winkel α an
3) Schlage um A einen Kreis mit dem Radius b
4) Verbinde den Schnittpunkt mit dem Eckpunkt B

Mathematik – Intensivkurs: Dreieckskonstruktionen

Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele

Dreiecke Konstruktion

Konstruktion (2) s1, w1, s2

Eindeutigkeit:
Ein Dreieck ist eindeutig konstruierbar, wenn zwei Seiten und der der größeren Seite gegenüberliegende Winkel bekannt sind
Kongruent:
Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie in zwei Seiten und dem der größeren Seite gegenüberliegenden Winkel übereinstimmen.

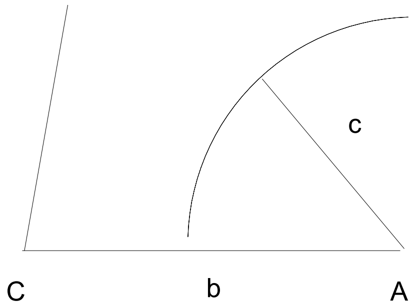
(1) Konstruiere die Seite, bei der der angegebene Winkel anliegt
(2) Trage an dem Eckpunkt den angegebenen Winkel an
(3) Schlage um den anderen Eckpunkt einen Kreis mit dem Radius der zweiten angegebenen Seite

Der Schnittpunkt des Kreisbogens mit dem Schenkel des Winkels ist der dritte Eckpunkt

Es gibt Konstruktionsprobleme, wenn es nicht der gegenüberliegende Winkel der größeren Seite ist !

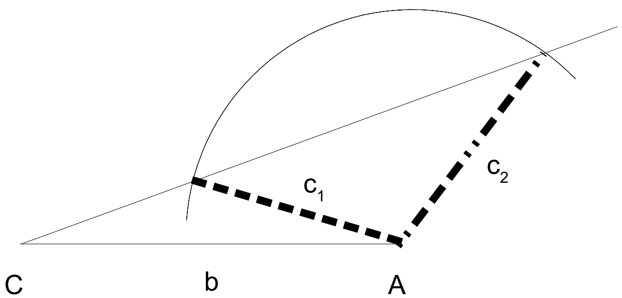
gegeben:
c = 3 cm
b = 5 cm
γ = 80^0

Diese Werte ergeben kein Dreieck

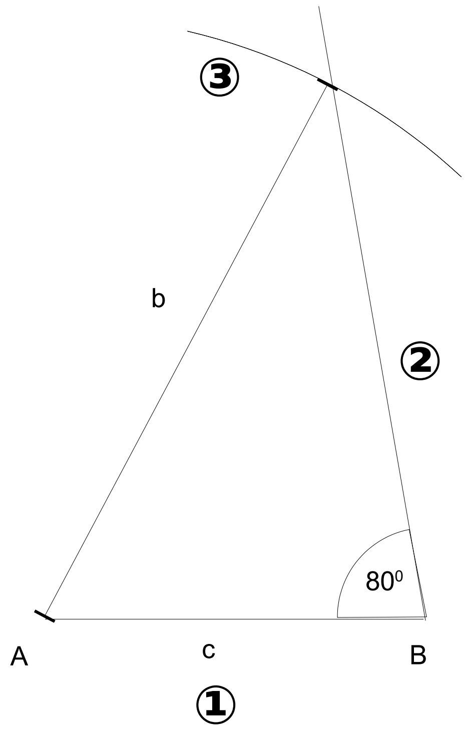


gegeben:
c = 3 cm
b = 5 cm
γ = 20^0

Diese Werte ergeben zwei nicht kongruente Dreiecke. Darstellung nicht eindeutig.



gegeben:
c = 5 cm
b = 8 cm
β = 80^0



1) Konstruiere c, weil der gegebene Winkel an der Seite c anliegt, aber nicht an b
2) Trage den Winkel β an
3) Zeichne um A einen Kreis mit dem Radius b

Der Schnittpunkt mit dem Schenkel des Winkels ist der dritte Eckpunkt.

Treff Lernen
Christina Strauch

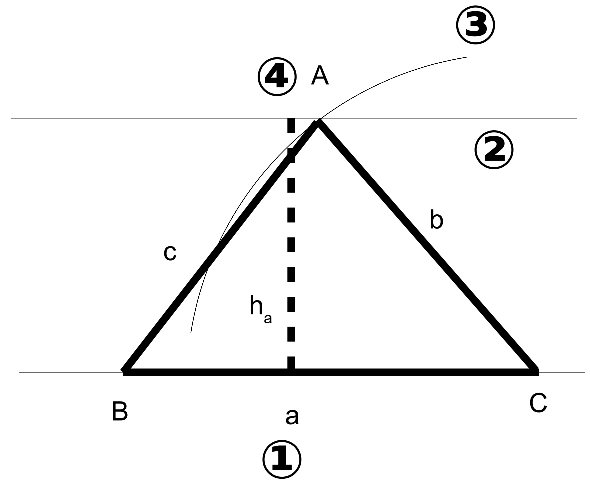
Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele
Dreiecke Konstruktion	**Konstruktion (4)** s_1 s_2 h_1	

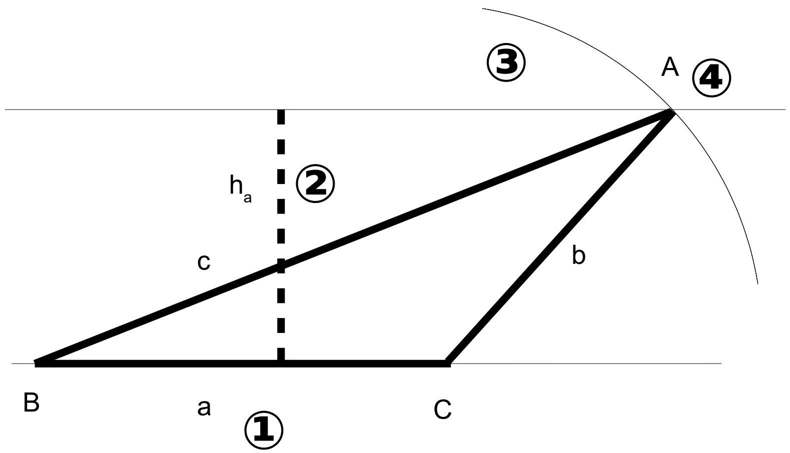
△ABC aus a, b und h_a

1. Strecke BC der Länge a
2. Parallele zu BC im Abstand h_a .
3. Kreis um C mit dem Radius b
4. Schnittpunkt des Kreises mit der Parallelen ist A

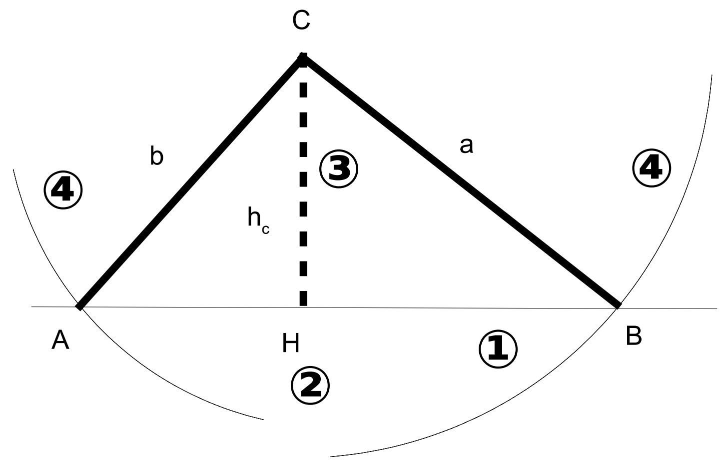
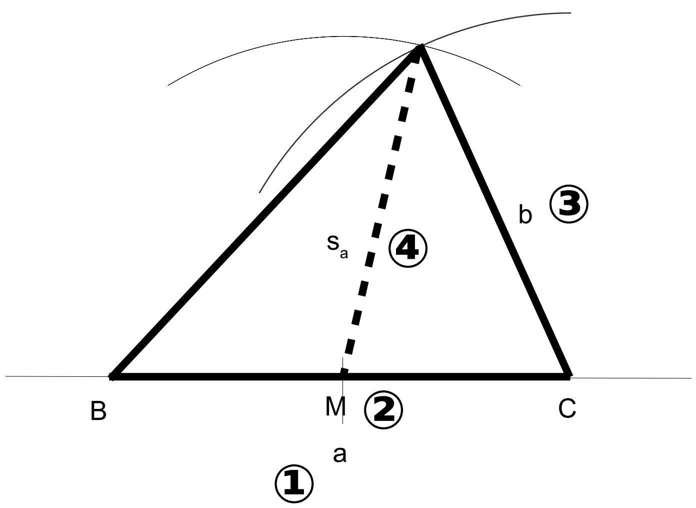
Bemerkung: Es entstehen zwei nicht kongruente △ABC, wenn b > h_a,
sonst keine Konstruktion möglich.

$a = 5{,}5$; $b = 4{,}4$; $h_a = 3{,}4$





Mathematik – Intensivkurs: Dreieckskonstruktionen

Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele
Dreiecke Konstruktion	**Konstruktion (5)** s_1 s_2 h_3 1. Zeichnen einer Geraden 2. Festlegen eines Punktes H 3. Errichten der Höhe hc in H mit dem Punkt C 4. Kreisbögen um C mit a bzw. b als Radius, es entstehen A und B	a = 5,5 ; b = 4,4 ; h_c = 3,4 
	Konstruktion (6) s1 s2 sh1 1. Zeichnen von a mit B und C 2. Konstruktion von M 3. Kreisbogen um C mit b 4. Kreisbogen um M mit sa – der Schnittpunkt ist A	a = 6,1 cm; b = 4,8 cm; s_a = 4,5 

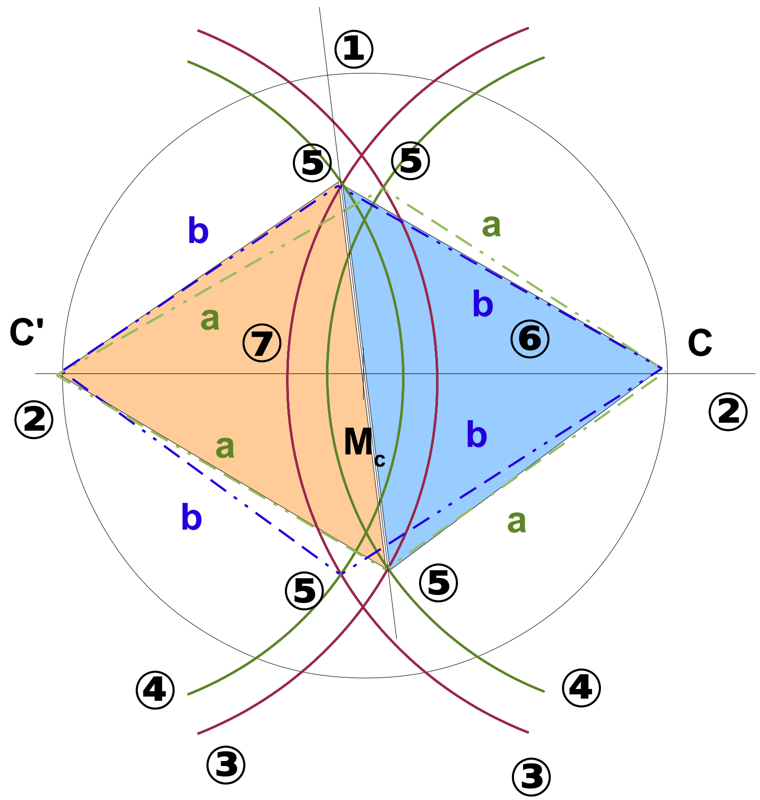
Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele

Dreiecke Konstruktion

Konstruktion (7) s1, s2, sh3

Konstruiere ein Dreieck aus den Seiten a und b und der Seitenhalbierenden von c. Der Grundgedanke ist die Konstruktion einer Raute, die dann halbiert wird.

(1) Zeichne auf einer Geraden g für die Seite c und Markiere auf der Geraden den Punkt M_c, in dem die Seitenhalbierende die Gerade schneidet.
(2) Schlage um diesen Punkt einen Kreisbogen mit dem Radius s_c, so dass die Gerade zweimal geschnitten wird. (in C und C')
(3) Schlage um C und C' einen Kreis mit dem Radius a
(4) Schlage um C und C' einen Kreis mit dem Radius b
(5) Es entstehen vier Schnittpunkte, je zwei mit dem Abstand a von C und b von C', sowie zwei mit dem Abstand b von C und a von C' (hier als blau und grün strichpunktierte Linien gezeichnet; immer dort, wo sich eine rote und eine grüne Kreislinie schneiden.)
(6) Es entstehen zwei Dreiecke, indem man von der Ecke C eine Seitenlänge a und eine Seitenlänge b für das Dreieck auswählt (ein mögliches Dreieck ist hellblau gezeichnet, zwei gibt es)
(7) Es entstehen zwei Dreiecke, indem man von der Ecke C' aus eine Seitenlänge a und eine Seitenlänge b auswählt. (ein Dreieck ist orange gezeichnet, zwei gibt es).



Treff Lernen
CHRISTINA STRAUCH

Mathematik – Intensivkurs: Dreieckskonstruktionen		
Thema	**Gesetze und Regeln**	**Musterbeispiele**

Dreiecke Konstruktion

Konstruktion (9) s1, s2, w3

KEIN Kongruenzsatz sSw

Wenn Dreiecke in zwei Seitenlängen und der Weite des der kürzeren Seite gegenüberliegenden Winkels übereinstimmen, dann sind sie im allgemeinen

nicht kongruent,

d.h. sie haben im allgemeinen nicht die gleiche Form und die gleiche Größe. Dies bedeutet weiter, dass bei gegebenen zwei Seitenlängen und der Weite des der kürzeren Seite gegenüberliegenden Winkels ein Dreieck

nicht eindeutig konstruierbar ist.

Zunächst wird nur eine Seite betrachtet, und zwar die, an der der gegebene Winkel anliegt.

b = ? cm, c = 10 cm, β = 40°

1. Zeichne die längere der beiden Seiten c = 10cm.
2. Trage in dem Eckpunkt den anliegenden Winkel an β = 40° .
3. Zeichne um den anderen Eckpunkt einen Kreis mit der Länge der anderen (kürzeren) Seite als Radius.

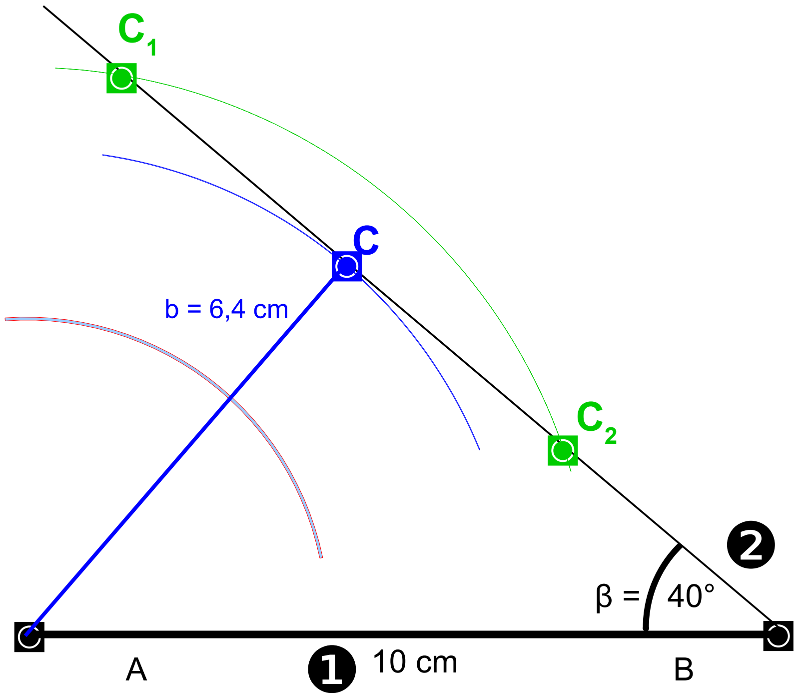
   a) b = 4 cm
   Es gibt keinen Schnittpunkt mit dem Schenkel des Winkels, da die Seitenlänge zu klein ist.

   b) b = 6,4 cm
   Der Kreisbogen hat mit dem Schenkel des Winkels einen Berührpunkt: dann gibt es ein Dreieck mit den gegebenen Angaben
   Das Dreieck ist dann automatisch rechtwinklig, da die Seitenlänge b gleichzeitig die Höhe auf die Seite a ist.

   c) b = 7,5 cm

   Der Kreisbogen schneidet den Schenkel in zwei Punkten: dann gibt es zwei Dreiecke mit den gegebenen Angaben, die aber nicht kongruent sind.

4. Der freie Schenkel des Winkels und der Kreis schneiden sich, dann sind die Schnittpunkte mit dem Eckpunkt A zu verbinden, um das Dreieck zu erhalten.



Treff Lernen
Christina Strauch

Mathematik – Intensivkurs: Dreieckskonstruktionen

Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele

Dreiecke Konstruktion

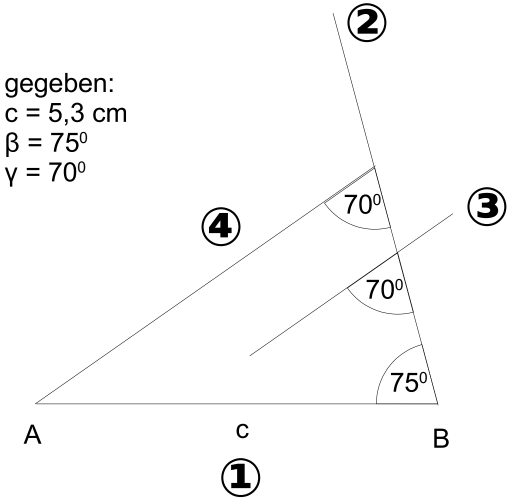
Konstruktion (10) s1, w1, w2

Eindeutigkeit:
Ein Dreieck ist eindeutig konstruierbar, wenn eine Seite und zwei Winkel gegeben sind.
Kongruent:
Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie in einer Seite und zwei gleich liegenden Winkeln übereinstimmen

(1) Konstruiere die Seite
(2) Trage an entsprechenden Eckpunkt den angegebenen Winkel an
(3) Trage den zweiten Winkel an einem beliebigen Punkt an diesem Schenkel an
(4) Verschiebe die Seite so weit, dass sie den zweiten Eckpunkt der Strecke AB schneidet

Der Schnittpunkt der parallelen Strecke ergibt den dritten Eckpunkt.

gegeben:
c = 5,3 cm
$\beta = 75^0$
$\gamma = 70^0$



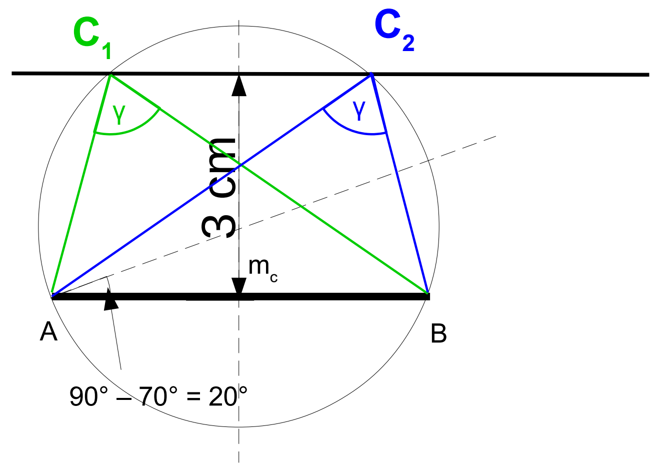
Konstruktion (11) s1, w1, h1

(1) Zeichne die Seite s1
(2) Ortsbogen über s1 zum Winkel w1
(3) Seite s1 um die Höhe h1 parallel verschieben.

Der Schnittpunkt der parallelen Strecke ergibt den dritten Eckpunkt.

Zum Ortsbogen:
Alle Punkte auf einem Kreisbogen über einer Sehne haben den gleichen Peripheriewinkel. Wenn man über der Strecke AB einen Kreisbogen konstruiert, der den Peripheriewinkel w1 besitzt, müssen die gesuchten Dreieckspunkte auf diesem Kreisbogen liegen. Dann ist nur noch der Abstand des Punktes zur Seite AB zu sichern. das erreicht man durch eine Parallele zu AB im Abstand von h1.
Zur Konstruktion eines solchen Ortsbogens s. nächste Seite.

c = 5 cm,
$\gamma = 70°$,
hc = 3 cm



Mathematik – Intensivkurs: Dreieckskonstruktionen

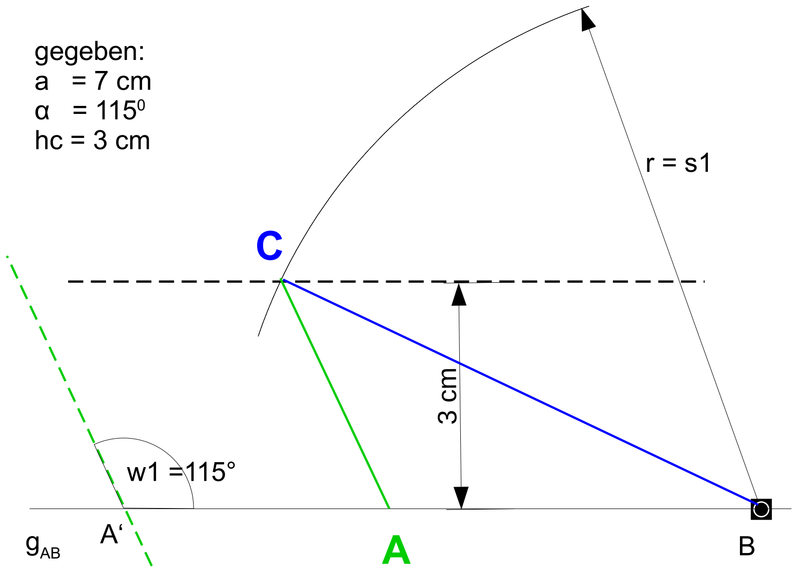
Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele

Dreiecke Konstruktion

Konstruktion (12) s1, w1, h2

(1) Zeichne die Gerade AB und markiere den Punkt B
(2) Schlage einen Kreisbogen um B mit dem Radius s1
(3) Zeichne eine Parallele zur Geraden AB im Abstand h2
(4) Der Schnittpunkt zwischen Kreislinie und Parallele ergibt den Punkt C
(5) Trage auf der Geraden AB an beliebiger Stelle einen Winkel w1 ab
(6) Verschiebe den zweiten Schenkel des Winkels parallel, daß er durch den Punkt C verläuft
(7) Der Schnittpunkt dieser Linie mit der Geraden AB liefert den Eckpunkt A

gegeben:
a = 7 cm
α = 115°
hc = 3 cm

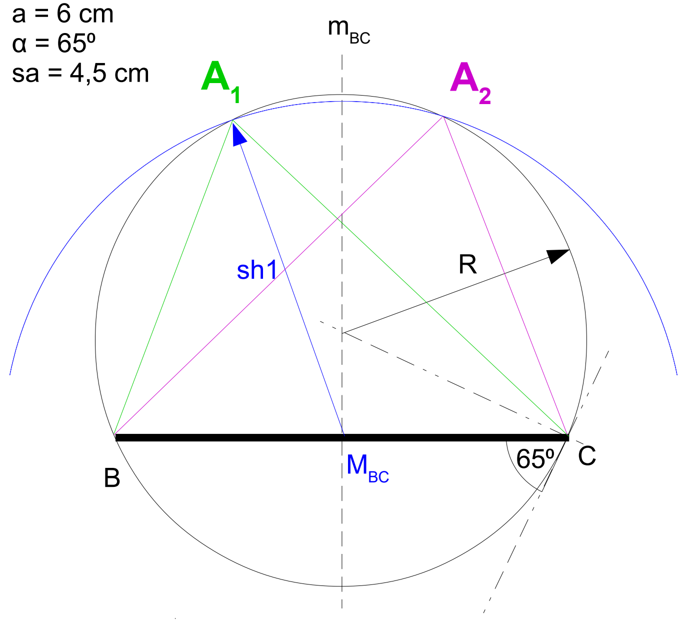


Konstruktion (13) s1, w1, sh1

(1) Zeichne die Seite BC
(2) Mittelsenkrechte auf a konstruieren
(3) Den Winkel α im Punkt C an der Seite BC nach außen antragen.
(4) Die Senkrechte zu dieser Linie liefert einen Schnittpunkt mit der Mittelsenkrechten von BC der der Mittelpunkt des Umkreises des Dreiecks ist.
(5) Zeichne einen Kreis um M_{BC} mit dem Radius sh1
(6) Der Schnittpunkt der beiden Kreise ist der gesuchte Punkt A

Seitenhalbierende stehen nicht senkrecht auf einer Seite, sondern gehen durch den Mittelpunkt der Seite und den gegenüberliegenden Eckpunkt.

a = 6 cm
α = 65°
sa = 4,5 cm



Treff Lernen Christina Strauch

Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele

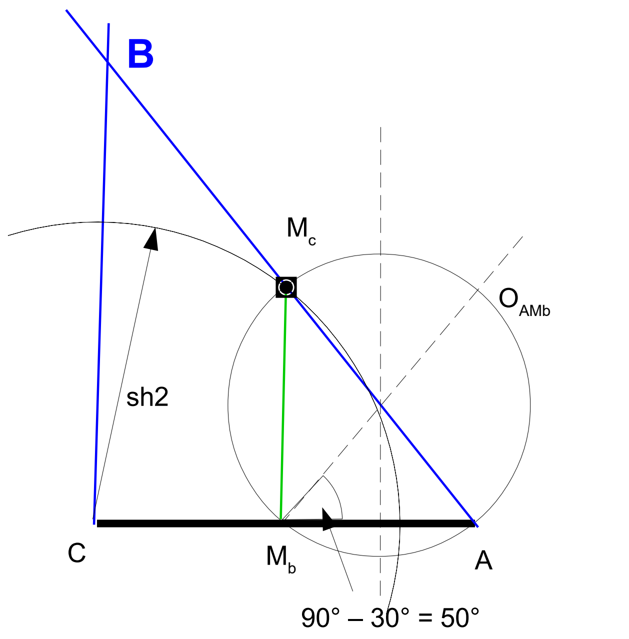
Dreiecke Konstruktion

Konstruktion (14) s1, w1, sh2

(1) Zeichne die Seite s1 und den Seitenmittelpunkt M_b
(2) Bilde den Ortsbogen um AMb zum Winkel w1
(3) Zeichne einen Kreis K um C mit dem Radius sh2
(4) Der Schnittpunkt des Kreises K mit dem Ortsbogen O_{AMb} liefert den Punkt Mc.
(5) Verlängerung der Strecke A Mc über Mc hinaus.
(6) a) Strecke AMc noch einmal in Mc antragen
b) Verbindung MbMc parallel verschieben bis zum Eckpunkt C

Der Schnittpunkt ergibt den dritten Eckpunkt.

b = 5 cm
β = 30 º
sc = 4 cm



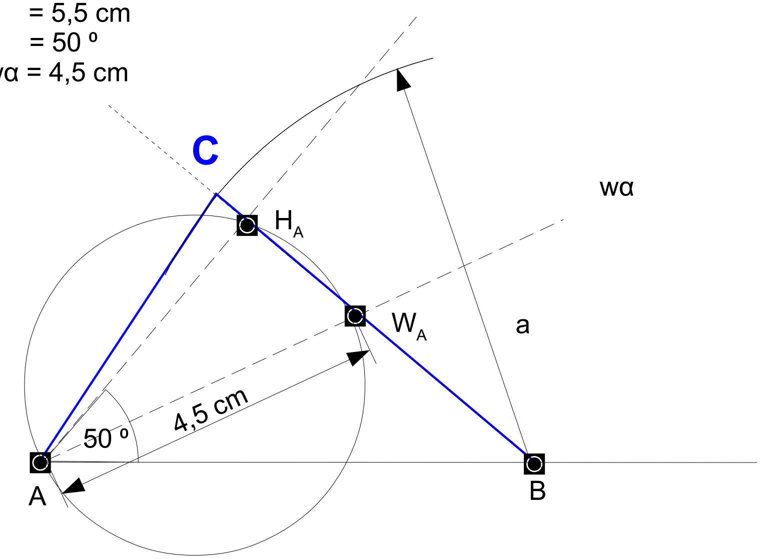
Konstruktion (15) s1, w1, wh1

(1) Zeichne eine Gerade und markiere darauf den Eckpunkt E1
(2) Trage in diesem Punkt den Winkel w1 an
(3) Konstruiere die Winkelhalbierende wh1 und trage auf der Winkelhalbierenden die angegebene Länge ab
(4) Das ist der Fußpunkt W1 der Winkelhalbierenden auf der Seite s1
(5) Zeichne den Thaleskreis über die Strecke E1 W1
(6) Der Schnittpunkt des Kreises mit dem zweiten Schenkel de Winkels w1 ist der Höhenfußpunkt H1 auf der Seite s1

Die Höhenfußpunkte liegen jeweils auf dem Bogen des Thaleskreises um:
- zwei Eckpunkte
- Eckpunkt und Fußpunkt Winkelhalbierende
- Eckpunkt und Fußpunkt Seitenhalbierende

(7) Die Verbindungsgerade von W1 und H1 scheidet die Ursprungsgerade im Eckpunkt E2
(8) Schlage um den Eckpunkt E2 einen Kreis mit dem Radius s1
(9) Der Schnittpunkt mi der Geraden durch W1 und H1 liefert den dritten Eckpunkt E3

a = 5,5 cm
α = 50 º
wα = 4,5 cm



Mathematik – Intensivkurs: Dreieckskonstruktionen

Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele

Dreiecke Konstruktion

Konstruktion (17) s1, w2, w3 WSW

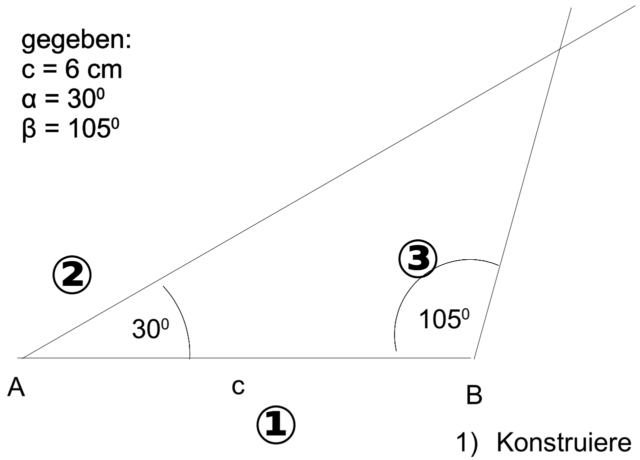
Eindeutigkeit:
Ein Dreieck ist eindeutig konstruierbar, wenn zwei Winkel und die eingeschlossene Seite gegeben sind.
Kongruent:
Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie in zwei Winkel und der eingeschlossenen Seite übereinstimmen

(1) Konstruiere die Seite
(2) Trage an einem Eckpunkt den angegebenen Winkel an
(3) Trage am anderen Eckpunkt den angegebenen Winkel an

Der Schnittpunkt der beiden Schenkel der Winkel ergeben den dritten Eckpunkt.

Es gibt keine Konstruktionsprobleme, da mit den beiden Schenkeln auch der dritte Schnittpunkt festgelegt ist..

gegeben:
c = 6 cm
$\alpha = 30^0$
$\beta = 105^0$

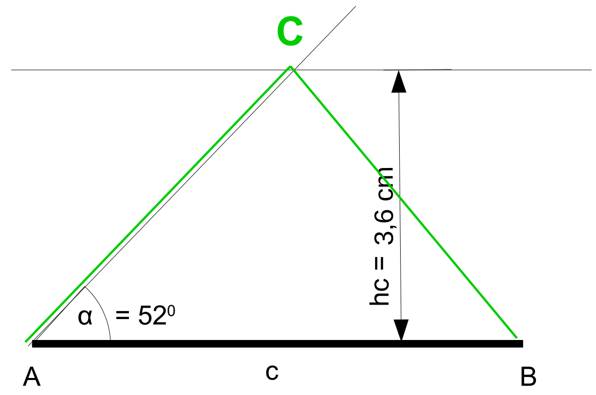


1) Konstruiere c
2) Trage den Winkel α an
3) Trage den Winkel β an

Konstruktion (18) s1, h1, w2

(1) Zeichnen der Strecke AB
(2) Zeichne eine Parallele im Abstand h1
(3) Antragen von α im zugehörigen Eckpunkt
(4) Der Schnittpunkt des Schenkels mit der Parallelen liefert den Punkt C

gegeben:
c = 6,5 cm
hc = 3,6 cm
$\alpha = 52^0$



Mathematik – Intensivkurs: Dreieckskonstruktionen

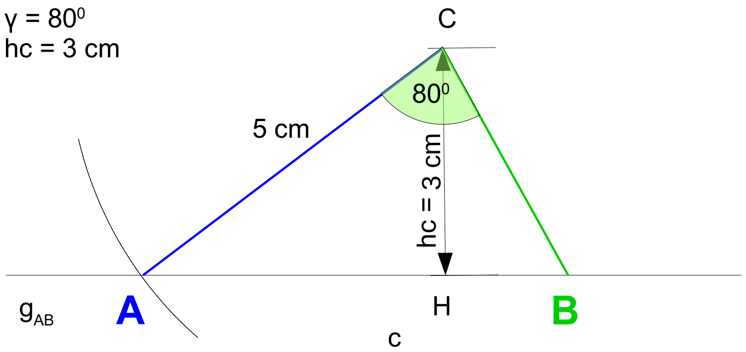
Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele

Dreiecke Konstruktion

Konstruktion (19) s1, w2, h2

(1) Zeichne eine Gerade g für die Seite s2
(2) Trage an einem Punkt der Geraden senkrecht die Höhe h2 ab. Das Ende der Strecke ist der zur Höhe h2 gehörige Eckpunkt.
(3) Schlage um den Eckpunkt einen Kreisbogen mit dem Radius s1. Der Schnittpunkt des Kreisbogens mit der Geraden g liefert einen weiteren Eckpunkt
(4) Trage an die Seite den Winkel w2 an. Der Schnittpunkt des zweiten Schenkels mit der Geraden liefert den dritten Eckpunkt.

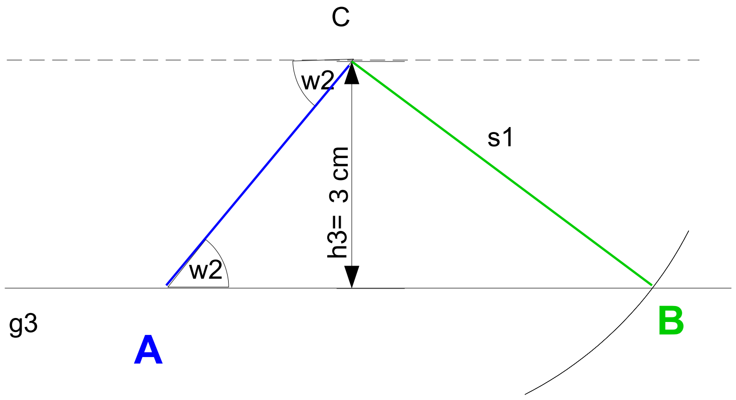
gegeben:
b = 5 cm
$\gamma = 80^0$
hc = 3 cm



Konstruktion (20) s1, w2, h3

(1) Zeichne eine Gerade g für die Seite s3, zu der die Höhe h3 gehört
(2) Trage an einem Punkt der Geraden senkrecht die Höhe h3 ab. Das Ende der Strecke ist der zur Höhe h3 gehörige Eckpunkt. Zeichne eine Parallele zur Geraden durch diesen Eckpunkt
(3) Schlage um den Eckpunkt einen Kreisbogen mit dem Radius s1. Der Schnittpunkt des Kreisbogens mit der Geraden g liefert einen weiteren Eckpunkt
(4) Trage an der Parallelen im Eckpunkt der eingezeichneten Höhe den Winkel w2 an. Der Schnittpunkt des zweiten Schenkels mit der Geraden g3 liefert den dritten Eckpunkt. (Innere Wechselwinkel an geschnittenen Parallelen)

gegeben:
b = 5 cm
$\alpha = 40^0$
hc = 3 cm



Treff Lernen
CHRISTINA STRAUCH

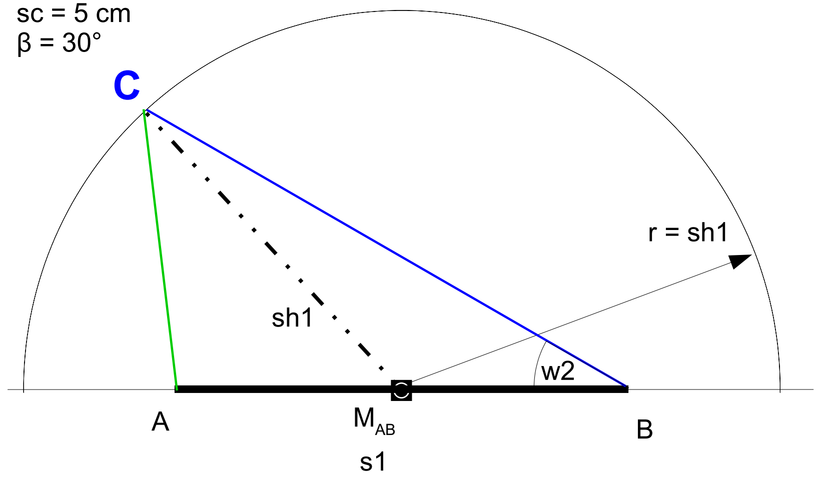
Mathematik – Intensivkurs: Dreieckskonstruktionen

Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele
Dreiecke Konstruktion		

Konstruktion (21) s1, sh1, w2

(1) Zeichne eine Gerade g für die Seite s1, Trage auf der Geraden die Seite s1 in ihrer Länge ab und konstruiere den Seitenmittelpunkt
(2) Schlage um den Seitenmittelpunkt einen Kreis mit dem Radius sh1.
(3) Trage im zugehörigen Eckpunkt der Seite s1 den Winkel w2 ab.
(4) Verlängere den zweiten Schenkel des Winkel bis zum Schnittpunkt mit dem Kreisbogen. Der Schnittpunkt ist der dritte Eckpunkt
(5) Die Verbindung mit dem noch offenen Eckpunkt liefert das gesuchte Dreieck.

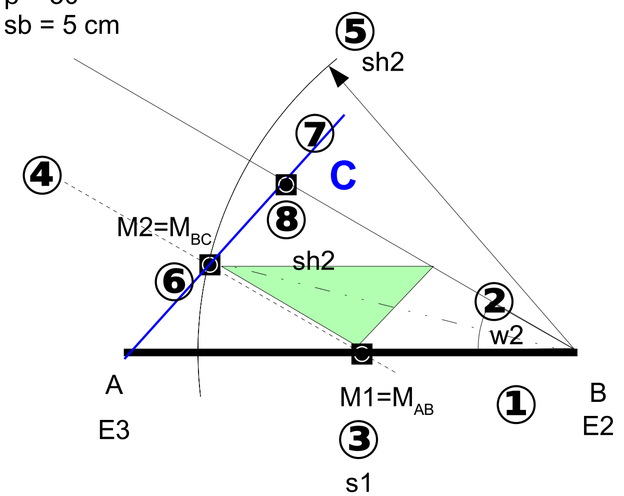
gegeben:
c = 6 cm
sc = 5 cm
β = 30°



Konstruktion (22) s1, w2 , sh2

(1) Zeichne die Seite s1
(2) Trage im Eckpunkt E2 den Winkel w2 an
(3) Konstruiere den Mittelpunkt M1 der Seite s1
(4) Konstruiere eine Parallele durch den zweiten Schenkel des Winkel w2, die durch den Punkt M1 verläuft.
(5) Schlage um E2 einen Kreisbogen mit dem Radius sh2
(6) Der Schnittpunkt mit der Parallelen ist der Mittelpunkt M2 (*Die Seitenmittelpunkte haben zu den anderen Dreieckseiten den Abstand h/2, Seitenmittendreieck*)
(7) Verlängere die Verbindungsgerade von E3 über M2 hinaus
(8) Der Schnittpunkt mit dem zweiten Schenkel des Winkels w2 liefert den dritten Eckpunkt E1

gegeben:
c = 6 cm
β = 30°
sb = 5 cm



① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧

Mathematik – Intensivkurs: Dreieckskonstruktionen

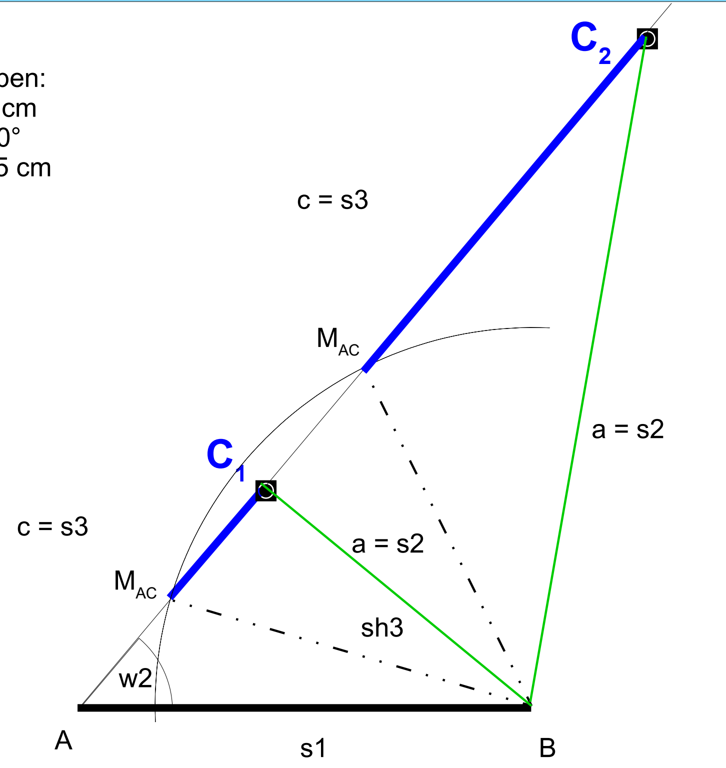
Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele

Thema: Dreiecke Konstruktion

Konstruktion (23) s1, w2, sh3

(1) Zeichne die Seite s1
(2) Trage am entsprechenden Eckpunkt den gegebenen Winkel w2 ab
(3) Schlage einen Kreis um den zweiten Eckpunkt mit dem Radius sh3
(4) Die Schnittpunkte des Kreises mit dem zweiten Schenkel des Winkels ergeben die Mittelpunkte M_{AC} der Seite AC.
(5) Verdoppelt man die Strecke AM_{AC} erhält man die den jeweils fehlenden dritten Eckpunkt

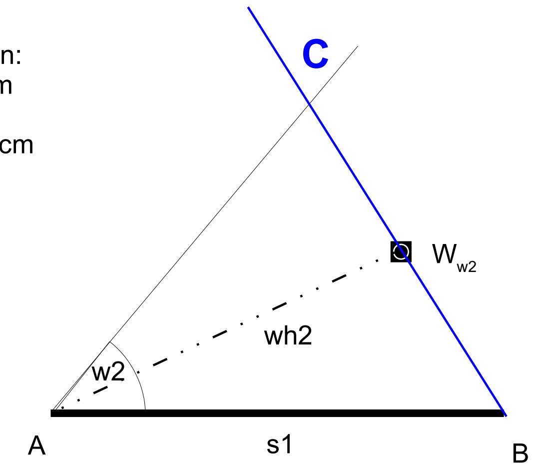
gegeben:
c = 6 cm
α = 50°
sb = 5 cm



Konstruktion (25) s1, w2, wh2

(1) Zeichne die Seite s1
(2) Trage am entsprechenden Eckpunkt den gegebenen Winkel w2 ab
(3) Konstruiere die Winkelhalbierende und bringe sie auf die vorgeschriebene Länge
(4) Der Schnittpunkt von B und Ww2 mit dem zweiten Schenkel des Winkels α erzeugt den dritten Schnittpunkt C

gegeben:
c = 6 cm
α = 50°
wα = 5 cm



Treff Lernen
CHRISTINA STRAUCH

Mathematik – Intensivkurs: Dreieckskonstruktionen

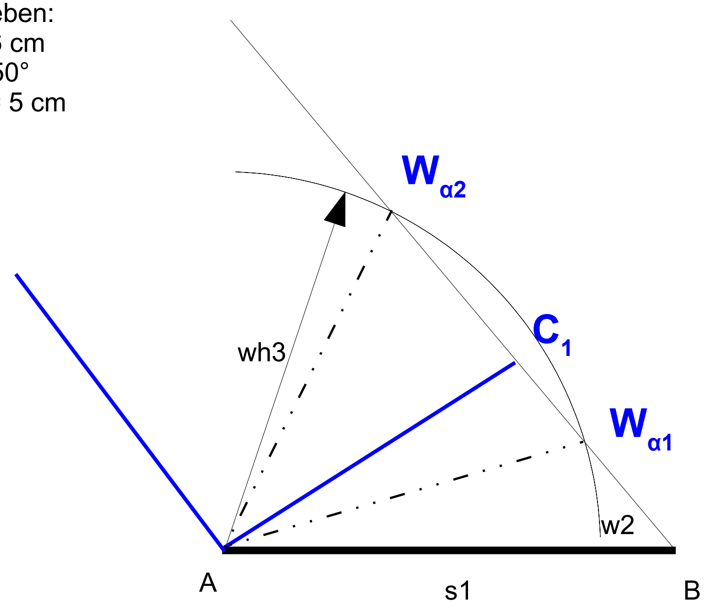
Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele

Dreiecke Konstruktion

Konstruktion (26)   s1, w2, wh3

(1) Zeichne die Seite s1
(2) Trage am entsprechenden Eckpunkt den gegebenen Winkel w2 ab
(3) Schlage einen Kreis um den zweiten Eckpunkt mit dem Radius wh3
(4) Die Schnittpunkte des Kreises mit dem zweiten Schenkel des Winkels ergeben die Fußpunkte der Winkelhalbierenden
(5) Verdoppelt man den Winkel, erhält man den dritten Eckpunkt

gegeben:
c = 6 cm
β = 50°
wα = 5 cm



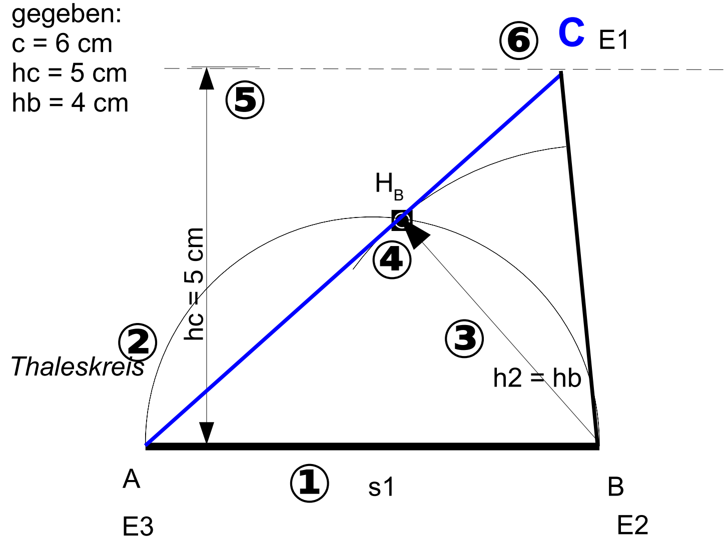
Auf grund der gegebenen Werte gibt es für C2 keine Lösung, da es beim verdoppeln des Winkels keinen Schnittpunkt mit der Seite a gibt

Konstruktion (27)   s1, h1, h2

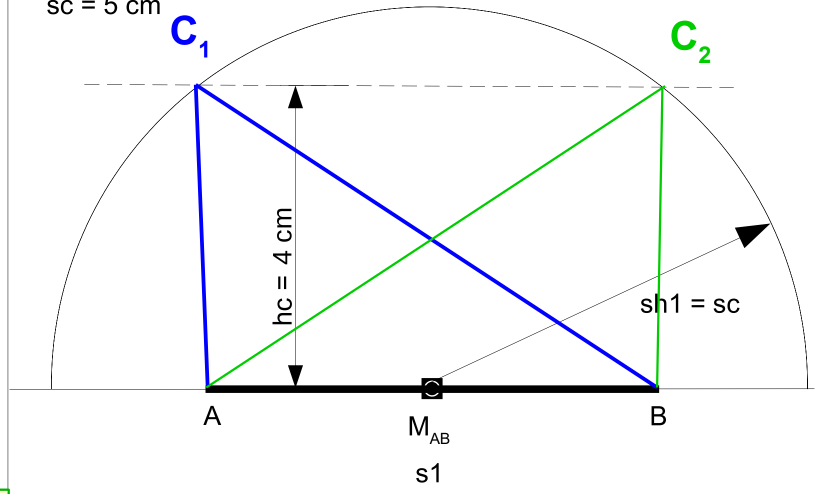
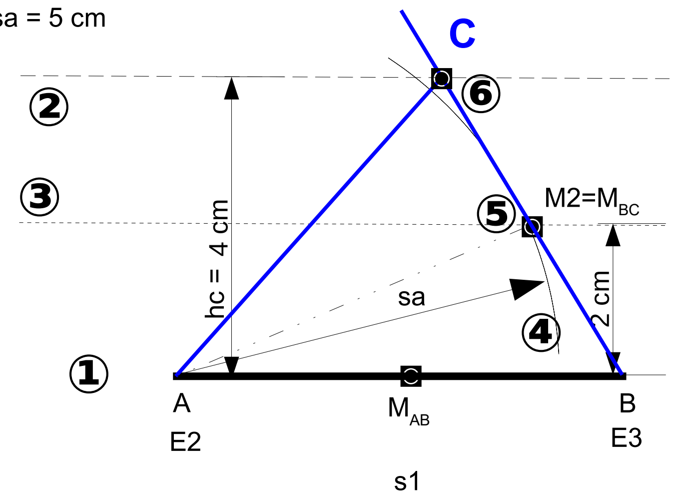
(1) Zeichne die Seite s1
(2) Thaleskreis über diese Strecke
(3) Kreis um den zweiten Eckpunkt mit dem Radius h2
(4) Der Schnittpunkt der beiden Kreise ergibt den Höhenfußpunkt H_2
(5) Parallele zu s1 im Abstand h1
(6) Schnittpunkt der Parallelen mit der Verlängerung von E3 und H ist E1

Dreieck entsteht nur, wenn h2 < s1 ist.

gegeben:
c = 6 cm
hc = 5 cm
hb = 4 cm



Mathematik – Intensivkurs: Dreieckskonstruktionen

Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele
Dreiecke Konstruktion	**Konstruktion (28)** **s1, h1, sh1** (1) Zeichne die Seite s1 (2) Erzeuge eine Parallele zu s1 im Abstand h1 (3) Konstruiere den Mittelpunkt der Seite s1 (4) Schlage einen Kreis um diesen Mittelpunkt mit dem Radius sh1 (5) Die Schnittpunkte des Kreises mit der Parallelen bilden den dritten Eckpunkt	gegeben: c = 6 cm hc = 4 cm sc = 5 cm 
	Konstruktion (29) **s1, h1, sh2** (1) Zeichne die Seite s1 (2) Erzeuge eine Parallele zu s1 im Abstand h1 (3) Erzeuge eine Parallele zu s1 im Abstand ½ h1 (4) Schlage um E2 einen Kreis mit dem Radius sh2 (5) Der Schnittpunkt des Kreises mit dem Abstand der halben Höhe liefert den Mittelpunkt M2 der Dreiecksseite s2 (6) Verlängere die Seite E3 M2 über M2 hinaus bis zum Schnittpunkt mit der Parallelen im Abstand h1. Der Schnittpunkt ist der dritte Eckpunkt E1	gegeben: c = 6 cm hc = 4 cm sa = 5 cm 

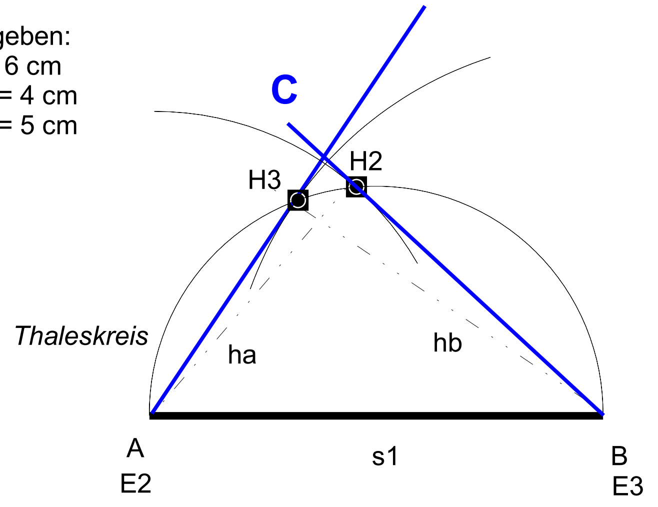
Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele

Dreiecke Konstruktion

Konstruktion (32) s1, h2, h3

(1) Zeichne die Seite s1 mit den Eckpunkten E2 und E3
(2) Zeichne Thaleskreis über s1
(3) Im Eckpunkt E2 Kreisbogen mit dem Radius h2, Schnittpunkt mit Thaleskreis ist H2 (Höhenfußpunkt)
(4) Im Eckpunkt E3 Kreisbogen mit dem Radius h3, Schnittpunkt mit dem Thaleskreis ist H3 (Höhenfußpunkt)
(5) Verlängern der Seite E2H3 und verlängern der Seite E3H2 führt zum Schnittpunkt und zum Eckpunkt E1

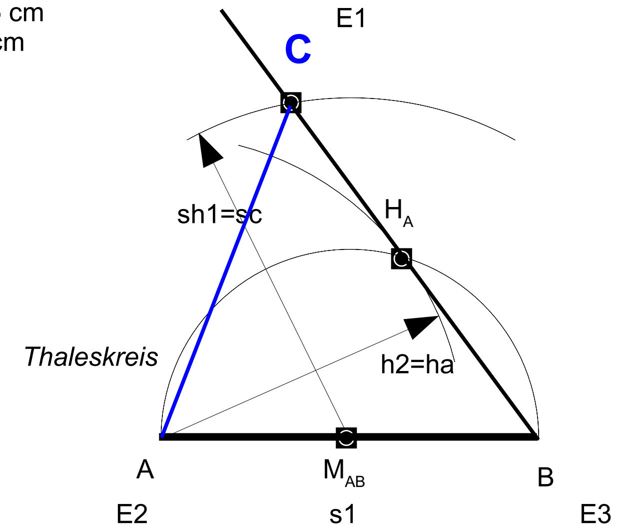
gegeben:
c = 6 cm
ha = 4 cm
hb = 5 cm



Konstruktion (33) s1, sh1, h2

(1) Zeichne die Seite s1
(2) Zeichne des Thaleskreis über dieser Seite
(3) Schlage um den Eckpunkt E2 einen Kreis mit dem Radius sh2
(4) Schlage einen Kreisbogen um E2 mit dem Radius h2. Der Schnittpunkt ist der Höhenfußpunkt H2 der Seite s2
(5) Verlängere die Halbgerade E3H2. Auf dieser Linie muß der dritte Eckpunkt E1 liegen.
(6) Schlage einen Kreisbogen um den Mittelpunkt der Seite s1 mit dem Radius sh1.
(7) Der Schnittpunkt dieses Kreisbogens mit der verlängerten Geraden liefert den Punkt E1

gegeben:
c = 5 cm
sc = 4,5 cm
ha = 4 cm



Treff Lernen
Christina Strauch

Mathematik – Intensivkurs: Dreieckskonstruktionen

Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele

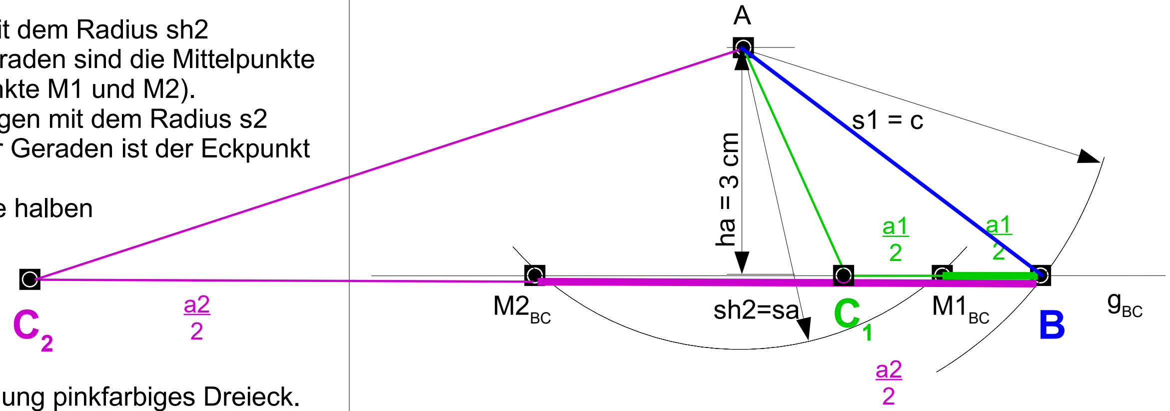
Dreiecke Konstruktion

Konstruktion (34) s1, h2, sh2

(1) Zeichne eine Gerade für s2
(2) Trage auf der Geraden die Höhe h2 ab. Der Endpunkt ist gleichzeitig der Eckpunkt E2
(3) Schlage um den Eckpunkt E2 einen Kreis mit dem Radius sh2
(4) Die Schnittpunkte dieses Kreises mit der Geraden sind die Mittelpunkte der späteren Seite s2 (meist zwei Schnittpunkte M1 und M2).
(5) Schlage um den Eckpunkt E2 einen Kreisbogen mit dem Radius s2
(6) Der Schnittpunkt dieses Kreisbogens mit der Geraden ist der Eckpunkt E3
(7) Die Strecke E3M1 und E3M2 sind jeweils die halben Seitenlängen für s2.
(8) Verdoppelt man die Strecken, erhält man jeweils die fehlenden Eckpunkte E11 und E12.

Die erste Lösung grünes Dreieck, die zweite Lösung pinkfarbiges Dreieck.

gegeben:
c = 5 cm
ha = 3 cm
sa = 4 cm

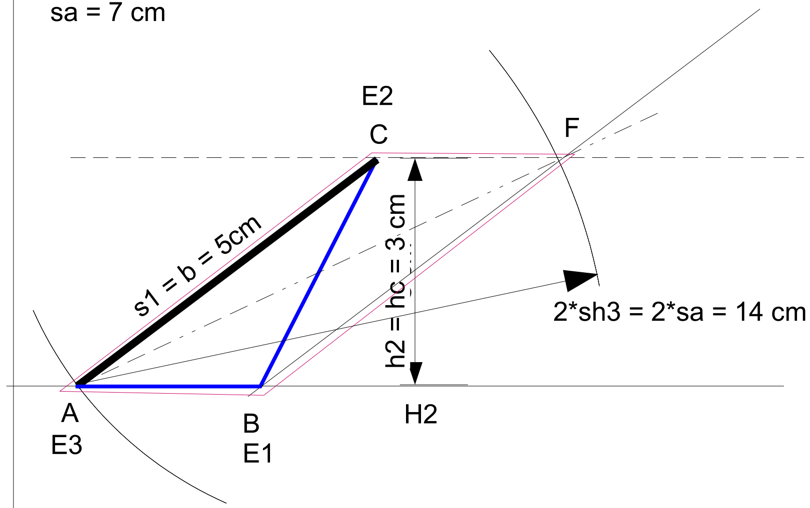


Konstruktion (35) s1, h2, sh3

(1) Zeichne eine Gerade g3 für s3
(2) Trage auf der Geraden die Höhe h3 ab. Der Endpunkt ist gleichzeitig der Eckpunkt E2
(3) Schlage um E2 eine Kreis mit dem Radius s1
(4) Der Schnittpunkt des Kreises mit der Geraden g3 erzeugt den Eckpunkt E3 (=A)
(5) Schlage einen Kreis um E3 mit dem Radius 2 sh3
(6) Der Schnittpunkt des Kreises mit der Parallelen durch C liefert einen Eckpunkt F
(7) Die Parallele zu AC durch den Punkt F liefert ein Parallelogramm (rot eingezeichnet)
(8) Der Schnittpunkt der Parallelen durch F mit der Geraden g1 liefert den Eckpunkt E2
(9) Die Verbindung zwischen B und C ergibt die dritte Dreieckseite

Die Strecken AF und BC sind die Diagonalen einen Parallelogramms, die sich in ihrem Schnittpunkt halbieren. Damit ist der Schnittpunkt von AF mit BC genaue an der Position der Länge der Seitenhalbierenden von A.

gegeben:
b = 5 cm
hc = 3 cm
sa = 7 cm



Treff Lernen
Christina Strauch

Mathematik – Intensivkurs: Dreieckskonstruktionen

Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele

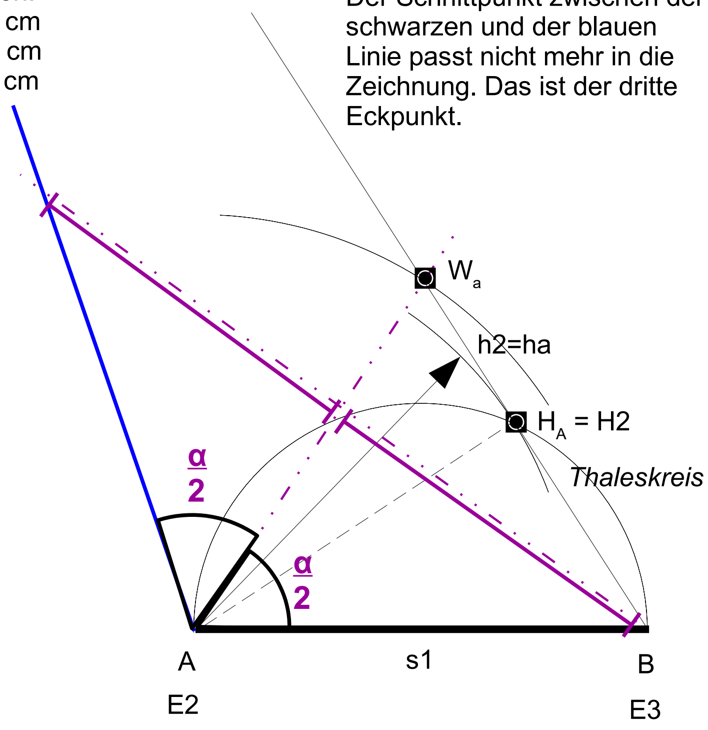
Dreiecke Konstruktion

Konstruktion (37) s1, h2, wh2

(1) Zeichne die Seite s1
(2) Zeichne des Thaleskreis über dieser Seite
(3) Schlage um den Eckpunkt E2 einen Kreis mit dem Radius h2
(4) Schlage einen Kreisbogen um E2 mit dem Radius h2. Der Schnittpunkt ist der Höhenfußpunkt H2 der Seite s2
(5) Verlängere die Halbgerade E3H2. Auf dieser Linie muß der dritte Eckpunkt E1 liegen.
(6) Schlage einen Kreisbogen um den Eckpunkt E2 mit dem Radius wh2
(7) Verdoppele den Winkel ∢BE2W2
(8) Der Schnittpunkt des zweiten Schenkels des verdoppelten Winkels mit der Verlängerung E3H2 ist der dritte Eckpunkt.

gegeben:
c = 6 cm
ha = 5 cm
wa= 4 cm

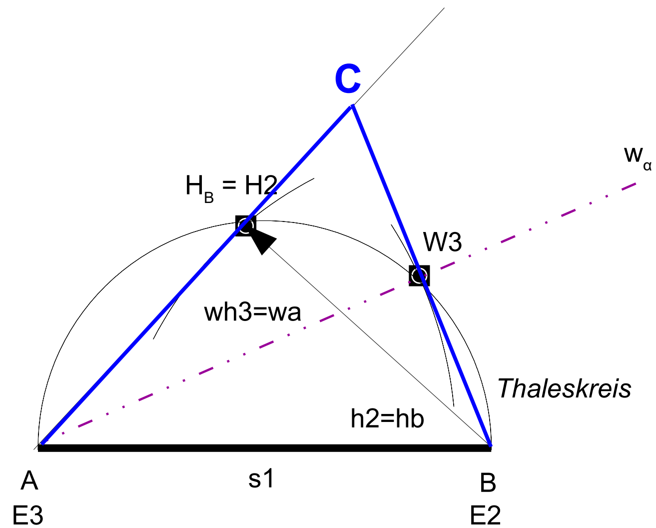
Der Schnittpunkt zwischen der schwarzen und der blauen Linie passt nicht mehr in die Zeichnung. Das ist der dritte Eckpunkt.



Konstruktion (38) s1, h2, wh3

(1) Zeichne die Seite s1
(2) Zeichne des Thaleskreis über dieser Seite
(3) Schlage um den Eckpunkt E2 einen Kreis mit dem Radius h2
(4) Schlage einen Kreisbogen um E2 mit dem Radius h2. Der Schnittpunkt ist der Höhenfußpunkt H2 der Seite s2
(5) Verlängere die Halbgerade E3H2. Auf dieser Linie muß der dritte Eckpunkt E1 liegen.
(6) Zeichne die Winkelhalbierende in E3
(7) Trage auf der Winkelhalbierenden die Länge wh3 ab. Der entstehende Punkt ist W3 (hat nichts mit dem Thaleskreis zu tun, sieht nur in der Zeichnung so aus!)
(8) Die Halbgerade E2W3 liefert die dritte Dreiecksseite
(9) Der Schnittpunkt Der Schnittpunkt dieser Halbgeraden mit der Verlängerung E3H2 liefert den dritten Eckpunkt E1

gegeben:
c = 6 cm
hb = 5 cm
wa= 5,5 cm



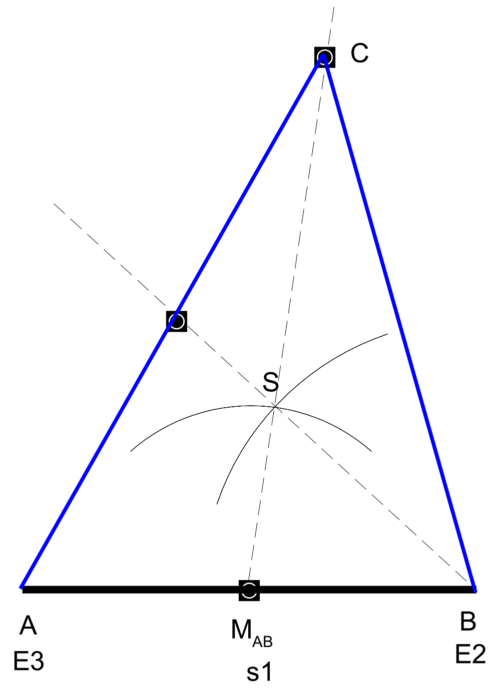
Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele
Dreiecke Konstruktion	**Konstruktion (39) s1, sh1, sh2**	

Konstruktion (39)   s1, sh1, sh2

Seitenhalbierende teilen sich im Schnittpunkt 2:1. ⅔ der Gesamtlänge befindet sich vom Schnittpunkt bis zum Eckpunkt; ⅓ befindet sich von Schnittpunkt bis zu Seitenmittelpunkt.

(1) Zeichne die Seite s1
(2) Um den Eckpunkt E2 einen Kreis schlagen mit dem Radius ⅔ sh2
(3) Um den Mittelpunkt von s1 einen Kreis schlagen mit dem Radius ⅓ sh1
(4) Der Schnittpunkt der beiden Kreise ist der Schnittpunkt der Seitenhalbierenden S.
(5) Die Seitenhalbierende sh1 von M über S auf die Gesamtlänge sh1 verlängern. Das Ende markiert den dritten Eckpunkt E1.
(6) Die Seitenhalbierende von E2 über S hinaus auf die Gesamtlänge sh2 verlängern. Das Ende markiert den Punkt H2. Dieser muß auf der Verbindungslinie von E1 und E3 liegen. (Für die Konstruktion nicht unbedingt notwendig, aber eine gute Kontrolle der Konstruktion)

gegeben:
c   = 6 cm
sc = 7,2 cm
sb = 5,4 cm



Konstruktion (40)   s1, sh1, wh1

Mathematik – Intensivkurs: Dreieckskonstruktionen

Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele

Dreiecke Konstruktion

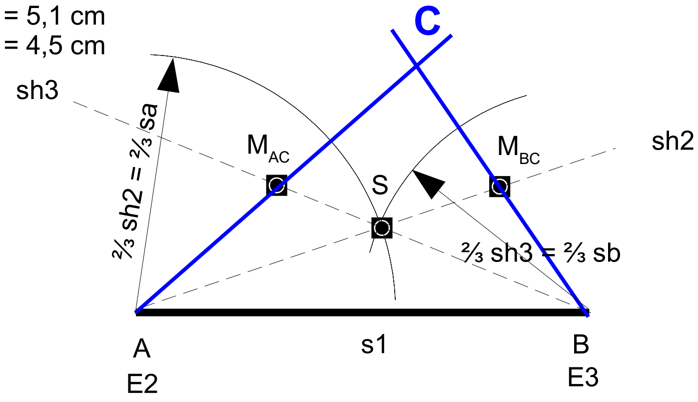
Konstruktion (42) s1, sh2, sh3

Seitenhalbierende teilen sich im Schnittpunkt 2:1. ⅔ der Gesamtlänge befindet sich vom Schnittpunkt bis zum Eckpunkt; ⅓ befindet sich von Schnittpunkt bis zu Seitenmittelpunkt.

(1) Zeichne die Seite s1
(2) Um den Eckpunkt E2 einen Kreis schlagen mit dem Radius ⅔ sh2
(3) Um den Eckpunkt E3 einen Kreis schlagen mit dem Radius ⅔ sh3
(4) Der Schnittpunkt der beiden Kreisbögen liefert den Schwerpunkt des Dreiecks.
(5) Beide Seitenhalbierenden auf die vorgegebene Länge verlängern (das ist jeweils noch einmal die Hälfte der Strecke, die schon vorhanden ist)
(6) Die Endpunkte sind die Seitenmittelpunkte der Dreiecksseiten.
(7) Die Mittelpunkte sind mit den jeweiligen Eckpunkten zu verbinden.
(8) Der Schnittpunkt der beiden Linien liefert den dritten Eckpunkt C

Musterbeispiel:

gegeben:
c = 6 cm
sa = 5,1 cm
sb = 4,5 cm



Konstruktion (48) w1, w2, w3

Dreiecke mit drei gleichen Winkeln gehören zu den Ähnlichkeitssätzen. Man kann beliebig viele Dreiecke mit drei gleichen Winkeln zeichnen, die aber niemals eindeutig sind.

Mathematik – Intensivkurs: Dreieckskonstruktionen

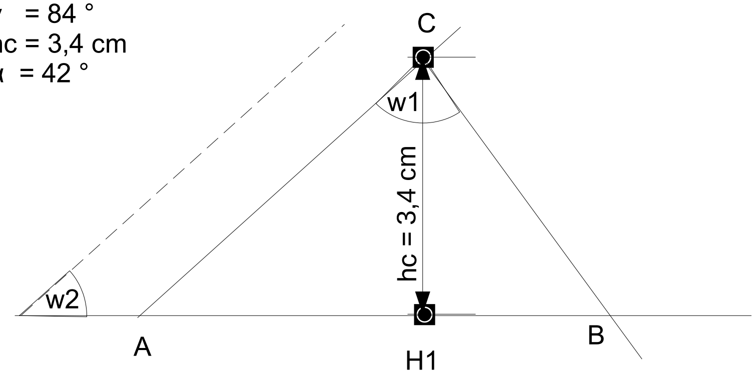
Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele

Dreiecke Konstruktion

Konstruktion (49) w1, h1, w2

(1) Zeichne eine Gerade für die Seite s1
(2) Markieren des Höhenfußpunktes H1 und errichten der Höhe in diesem Punkt.
(3) Das Ende der Strecke ergibt den Punkt E1
(4) In einem beliebigen Punkt auf der Geraden den Winkel w2 antragen
(5) Parallelverschiebung des Schenkels in den Punkt C. Der Schnittpunkt mit der Geraden liefert den Punkt E2
(6) Im Punkt E1 den Winkel w1 antragen.
(7) Der Schnittpunkt mit der Geraden ist der der dritte Eckpunkt E3

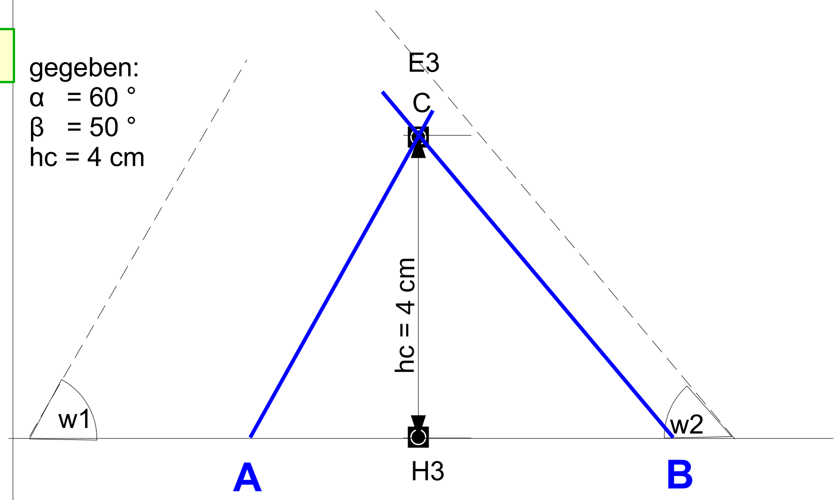
gegeben:
γ = 84 °
hc = 3,4 cm
α = 42 °



Konstruktion (50) w1, w2, h3

(1) Zeichne eine Gerade für die Seite s3
(2) Markieren des Höhenfußpunktes H3 und errichten der Höhe in diesem Punkt.
(3) Das Ende der Strecke ergibt den Punkt E3
(4) In einem beliebigen Punkt auf der Geraden den Winkel w2 antragen
(5) Parallelverschiebung des Schenkels in den Punkt C. Der Schnittpunkt mit der Geraden liefert den Punkt E2
(6) Im Punkt E1 den Winkel w1 antragen.
(7) Der Schnittpunkt mit der Geraden ist der der dritte Eckpunkt E3

gegeben:
α = 60 °
β = 50 °
hc = 4 cm



Treff Lernen
Christina Strauch

Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele
Dreiecke Konstruktion	**Konstruktion (51) w1, sh1, w2**	Konstruktionsskizze

Dreiecke Konstruktion

Konstruktion (51) w1, sh1, w2

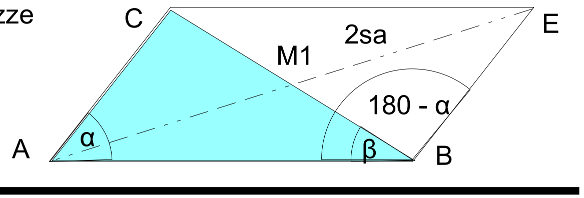
Das Dreieck BCE ergänzt das Dreieck ABC zum Parallelogramm

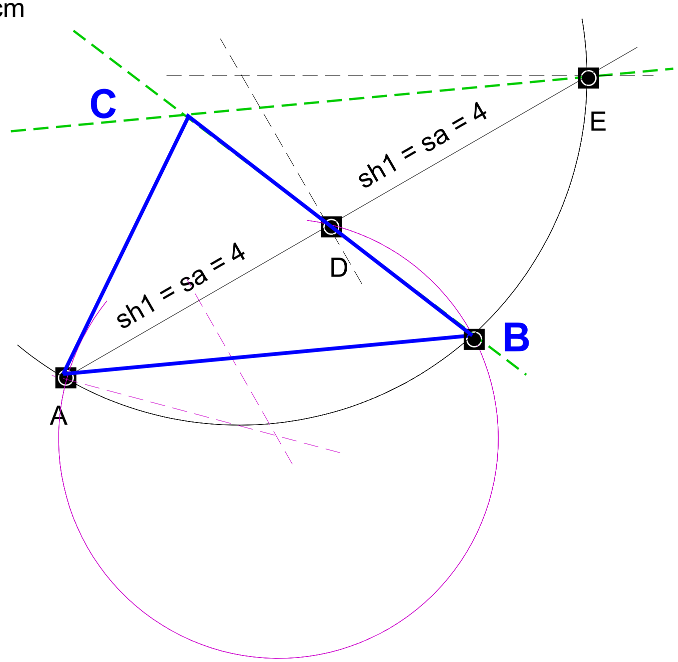
(1) Zeichne eine Gerade für die Seitenhalbierende sh1.
(2) Trage auf der Geraden die Punkte A, M1 und E im Abstand von sh1 ab (*Diagonale des Hilfsparallelogramms*)
(3) Konstruiere zur Strecke AE einen Ortsbogen zum Winkel 180 – 70 = 110, da der Winkel ABE = 180 – α ist. Auf diesem Bogen liegt B
(4) B liegt auch auf einem Ortsbogen über AM1 zum Winkel 45° (das ist der Winkel β = ABM1.) In Zeichnung rot eingezeichnet.
(5) Damit ist der Eckpunkt B der Schnittpunkt der beiden Kreise.
(6) C liegt auf der Verlängerung von BM1
(7) Aufgrund des Parallelogramms liegt C aber auch auf einer Parallelen zu AB, die durch den Punkt E verläuft.
(8) Der dritte Eckpunkt C ist der Schnittpunkt der beiden Geraden. In der Zeichnung grün eingezeichnet.

Musterbeispiele

Konstruktionsskizze

gegeben:
α = 70 °
β = 45 °
sa = 4 cm





Treff Lernen
Christina Strauch

Mathematik – Intensivkurs: Dreieckskonstruktionen

Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele
Dreiecke Konstruktion	**Konstruktion (52) w1, w2, sh3**	

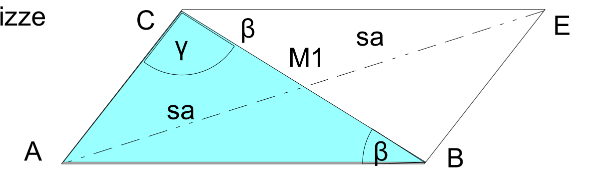
Dreiecke Konstruktion

Konstruktion (52) **w1, w2, sh3**

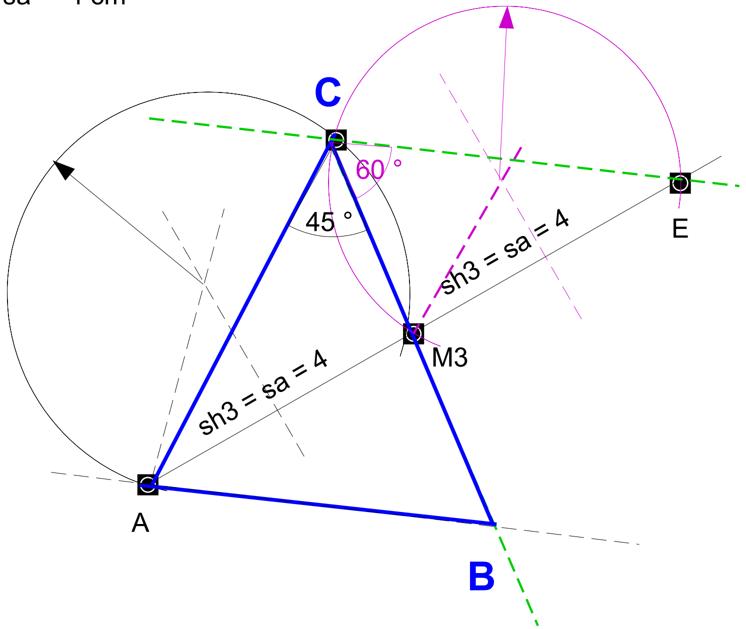
Das Dreieck BCE ergänzt das Dreieck ABC zum Parallelogramm

(1) Zeichne eine Gerade für die Seitenhalbierende sh3.
(2) Trage auf der Geraden die Punkte A, M3 und E im Abstand von sh3 ab (*Diagonale des Hilfsparallelogramms, M3 ist der Mittelpunkt, der zur Seite s3 gehört, in diesem Fall ist das die Seite a, da sh3 = sa*)
(3) Konstruiere zur Strecke AD einen Ortsbogen zum Winkel 45 ° (*schwarzer Kreis*). Auf diesem Kreisbogen muß C liegen, da der Winkel γ 45° Grad beträgt.
(4) Konstruiere zur Strecke M3E einen Kreisbogen zum Winkel 60°. (roter Kreis) Auf diesem Kreis muß ebenfalls C liegen, da der dort auftretende Winkel β ein Stufenwinkel zum originalen Winkel β ist.
(5) Der Schnittpunkt der beiden Kreise liefert den Punkt C
(6) B muß auf der Verlängerung CM3 liegen.
(7) Aufgrund des Parallelogramms muß die Strecke AB parallel zur Geraden durch E und C sein.
(8) Der Schnittpunkt der beiden Linien ergibt den Eckpunkt B

Konstruktionsskizze



gegeben:
β = 60 °
γ = 45 °
sa = 4 cm



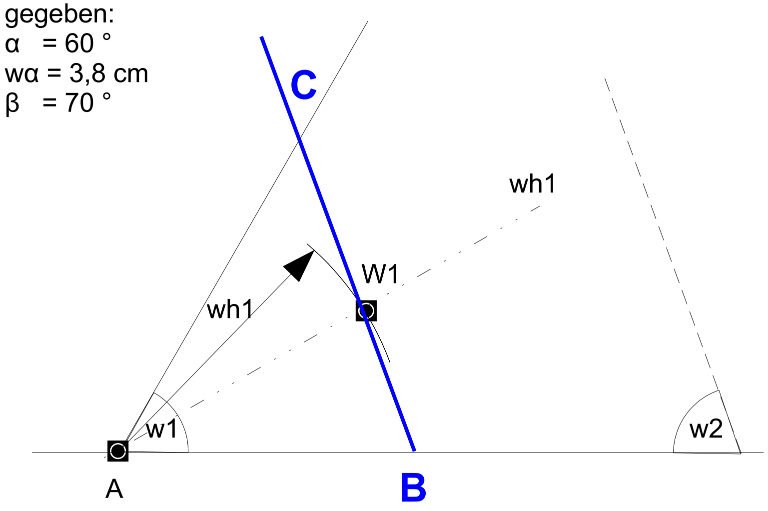
Mathematatik – Intensivkurs: Dreieckskonstruktionen		
Thema	**Gesetze und Regeln**	**Musterbeispiele**

Dreiecke Konstruktion

Konstruktion (53) w1, wh1, w2

(1) Zeichne eine Gerade für die Seite s3
(2) Markieren des Eckpunktes E1 und antragen des Winkels w1
(3) Konstruktion der Winkelhalbierenden zu w1 und abtragen der gegebenen Länge führt zum Punkt W1
(4) Winkel w2 an einer beliebigen Stelle auf der Geraden antragen.
(5) Schenkel des angetragenen Winkels parallel verschieben, so daß er durch den Punkt W1 verläuft.
(6) Der Schnittpunkt dieser Parallelen mit der Geraden ist der Punkt E2
(7) Der Schnittpunkt der Parallelen mit dem Schenkel zum Winkel w1 ist der Punkt E3

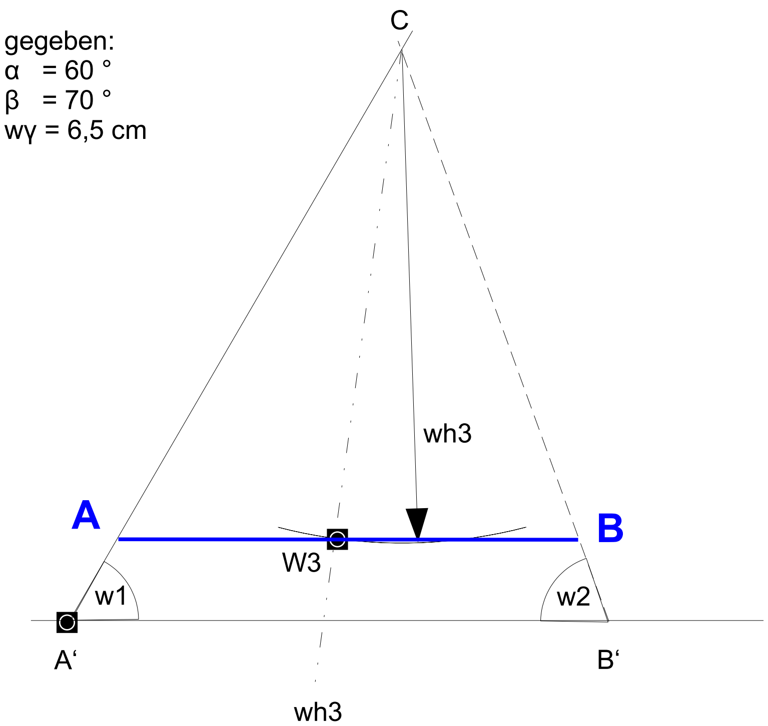
gegeben:
α = 60 °
$w\alpha$ = 3,8 cm
β = 70 °



Konstruktion (54) w1, w2, wh3

(1) Zeichne eine Gerade für die Seite s3
(2) Markieren des Eckpunktes E1‘ und antragen des Winkels w1
(3) Markieren des Eckpunktes E2‘ und antragen des Winkels w2 (Die beiden Eckpunkte sind noch nicht die endgültigen Dreieckspunkte)
(4) Die beiden Schenkel der Winkel schneiden sich in einem Punkt. Das ist der Dreieckspunkt E3
(5) In E3 hat sich der Winkel w3 von selbst ergeben, Konstruktion der Winkelhalbierenden.
(6) Abtragen der vorgegebenen Länge dieser Winkelhalbierenden
(7) Die Seite E1‘ und E2‘ parallel verschieben, daß die Parallele durch den Punkt W3 verläuft.
(8) Die Schnittpunkte mit den Schenkeln der beiden eingezeichneten Winkel liefern die tatsächlichen Eckpunkte E1 und E2 des Dreieck.

gegeben:
α = 60 °
β = 70 °
$w\gamma$ = 6,5 cm



Mathematik – Intensivkurs: Dreieckskonstruktionen

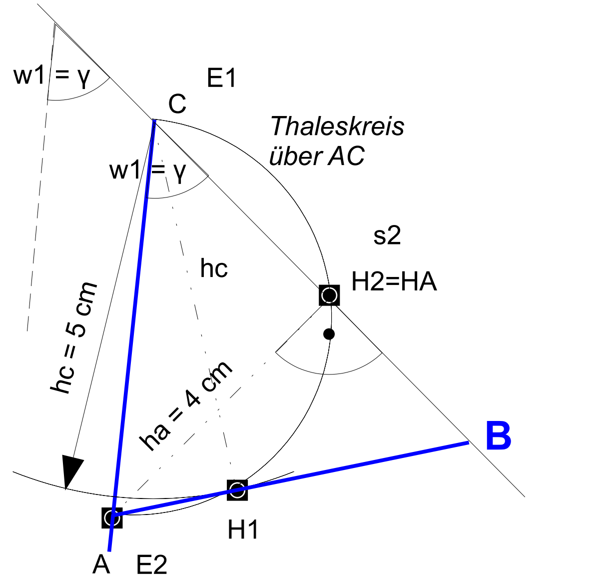
Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele

Dreiecke Konstruktion

Konstruktion (55) w1, h1, h2

(1) Zeichne eine Gerade für die Seite s2
(2) Markiere einen Punkt als Höhenfußpunkt H2
(3) Errichte in diesem Punkt die Senkrechte und trage auf ihr die Länge h2 ab. Der Endpunkt der Strecke ist der Eckpunkt E2
(4) Trage an einem beliebigen Punkt der Geraden den Winkel w1 ab
(5) Verschiebe den Schenkel des Winkel so weit parallel, daß er durch den Punkt E2 verläuft.
(6) Der Schnittpunkt der Parallelen mit der Geraden ist der Eckpunkt E1
(7) Erstelle über der Strecke E1E2 den Thaleskreis
(8) Schlage um E1 einen Kreisbogen mit dem Radius h1. Der Schnittpunkt mit dem Thaleskreis ist der Höhenfußpunkt der Seite s1.
(9) Die Halbgerade von E1 durch H1 verlängert bis zur Geraden für s2 liefert den dritten Eckpunkt E3 des Dreiecks.

gegeben:
γ = 50 °
hc = 5 cm
ha = 4 cm



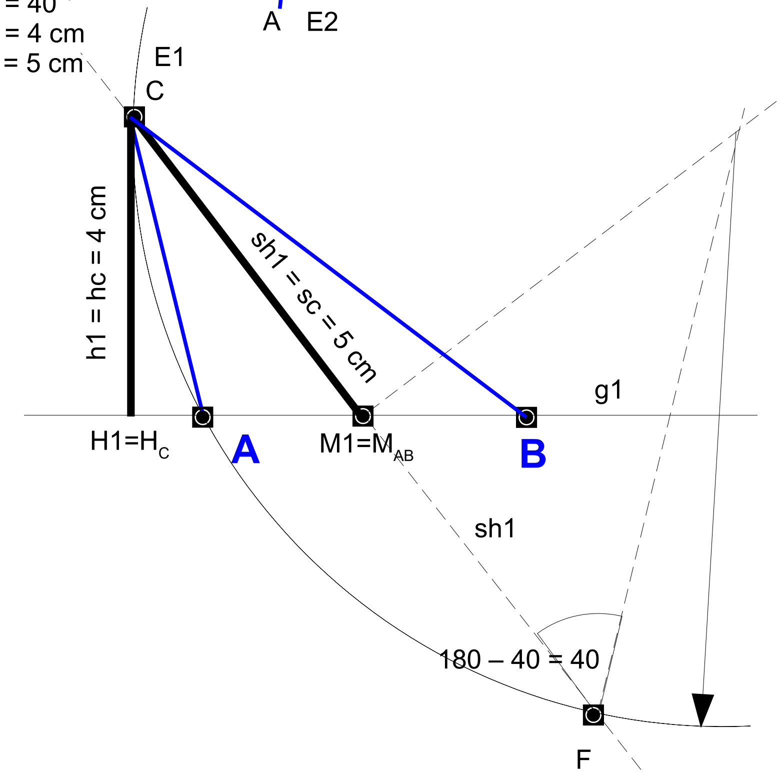
Konstruktion (56) w1, h1, sh1

(1) Zeichne eine Gerade g1 für die Seite s1
(2) Markiere einen Punkt als Höhenfußpunkt H1 und errichte in diesem Punkt die Höhe. Der Endpunkt der Strecke ist der Eckpunkt E1
(3) Schlage um den Eckpunkt E1 einen Kreisbogen mit dem Radius sh1. Der Schnittpunkt des Kreisbogens mit der Geraden g1 ergibt den Schnittpunkt der Seitenhalbierenden mit der Dreiecksseite und damit den Mittelpunkt M1 der Strecke AB.
(4) Verlängere die Seitenhalbierende auf das Doppelte, damit entsteht ein Punkt E
(5) Der Eckpunkt E2(=A) liegt auf der Geraden g1 und dem Ortsbogen der Strecke E1F zum Winkel 180 – w1 .

> Begründung:
> Die Eckpunkte C, A, F, B bilden ein Parallelogramm, auch, wenn B noch nicht bekannt ist. Der Winkel in C beträgt 40° und wegen des Parallelogramms der Winkel in A 140°, da benachbarte Winkel zusammen 180 Grad ergeben müssen. CF ist eine Diagonale des Parallelogramms, deshalb muß der Winkel CAF 140° sein und damit der Ortsbogen über CF zum Winkel 140° .

(6) Der Punkt B liegt auf der Geraden g1 und hat von M1 den gleichen Abstand wie der Punkt A, da M1 der Mittelpunkt der Seite ist.

gegeben:
γ = 40 °
hc = 4 cm
sc = 5 cm



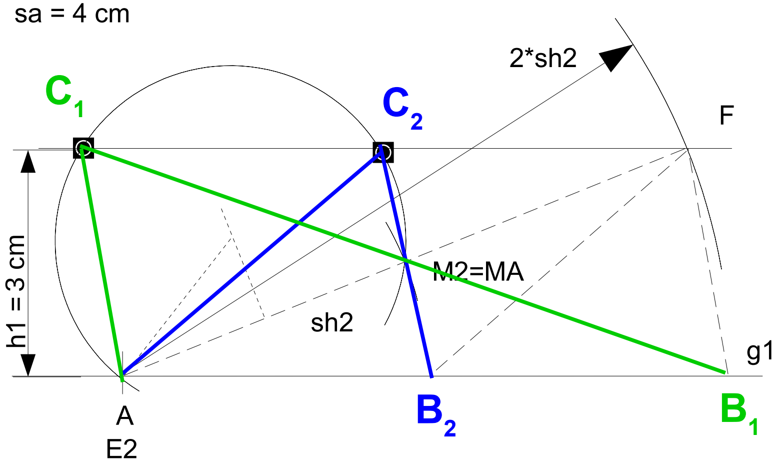
Mathematik – Intensivkurs: Dreieckskonstruktionen

Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele
Dreiecke Konstruktion		

Konstruktion (57) w1, h1, sh2

(1) Zeichne eine Gerade g1 für die Seite s1
(2) Zeichne eine Parallele zu g1 im Abstand h1.
(3) Markiere auf g1 einen Eckpunkt A und schlage um A einen Kreis mit dem Radius 2* sh2
(4) Der Schnittpunkt mit der Parallelen ergibt einen Punkt F
(5) Verbinde A und F zu einer Strecke.
(6) Die Hälfte der Strecke AF liefert den Mittelpunkt der Seite s2 (=a)
(7) Der Punkt C liegt auf einem Ortskreis über AM2 zum Winkel w1
(8) Schnittpunkte dieses Kreises mit der Parallelen durch F liefern die Punkte C (üblicherweise gibt es zwei Schnittpunkte, in einem Fall nur einen)
(9) Die zugehörigen Punkte B liegen auf einer Parallelen zu AC, die durch den Punkt F geht.
oder
verdoppele die Strecke CiM2, da M2 der Mittelpunkt der Seite ist.
(10) Die Schnittpunkte mit der Ausgangsgeraden liefern die Punkte Bi.

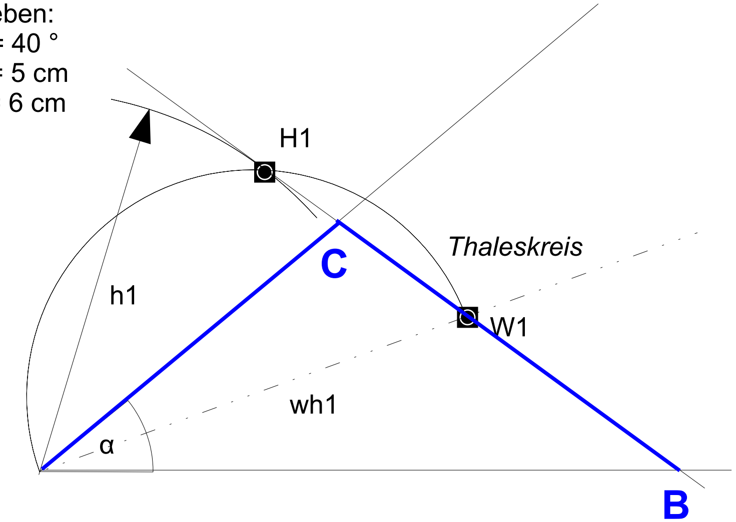
gegeben:
γ = 60 °
hc = 3 cm
sa = 4 cm



Konstruktion (58) w1, h1, wh1

(1) Zeichne eine Gerade für die Seite s3
(2) Markieren des Eckpunktes E1 und antragen des Winkels w1
(3) Konstruktion der Winkelhalbierenden zu w1 und abtragen der gegebenen Länge führt zum Punkt W1
(4) Der Höhenfußpunkt liegt (auch) auf dem Thaleskreis des Eckpunktes und des Fußpunktes der Winkelhalbierenden. Zeichne Thaleskreis
(5) Schlage um den Eckpunkt E1 einen Kreisbogen mit der Länge der Höhe
(6) Der Schnittpunkt mit dem Thaleskreis liefert den Höhenfußpunkt
(7) Die Verlängerung der Verbindungsgeraden von H1 und W1 führt zum Schnittpunkt mit dem Schenkel des Winkels und zum Eckpunkt E2
(8) Der Schnittpunkt mit dem zweiten Schenkel des Winkels liefert den Eckpunkt E3

gegeben:
α = 40 °
ha = 5 cm
wα = 6 cm



Treff Lernen
CHRISTINA STRAUCH

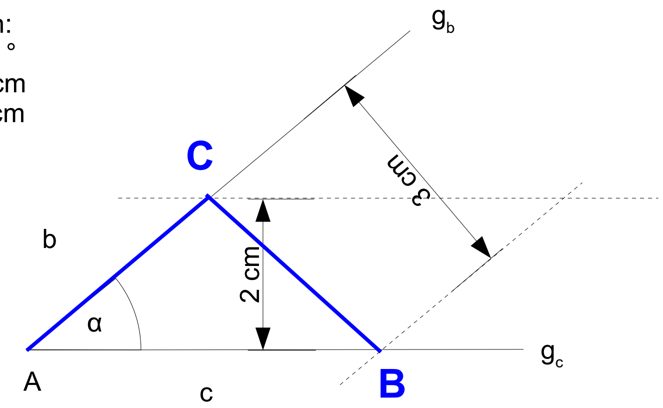
Mathematik – Intensivkurs: Dreieckskonstruktionen

Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele
Dreiecke Konstruktion		

Konstruktion (60) w1, h2, h3

(1) Zeichne eine Gerade g3 für die Seite s3
(2) Markieren des Eckpunktes E1 und antragen des Winkels w1
(3) Der zweite Schenkel des Winkels liefert eine Gerade g2 für die Seite s2
(4) Zu den Geraden g3 und g2 werden Parallelen gezogen im Abstand der angegebene Höhen.
(5) Da die Höhen durch die Eckpunkte verlaufen und die Eckpunkte auf den beiden Geraden liegen müssen, ergeben die Schnittpunkte der beiden Parallelen mit den Geraden g2 und g3 die beiden fehlenden Eckpunkte.

gegeben:
α = 40 °
hb = 3 cm
hc = 2 cm



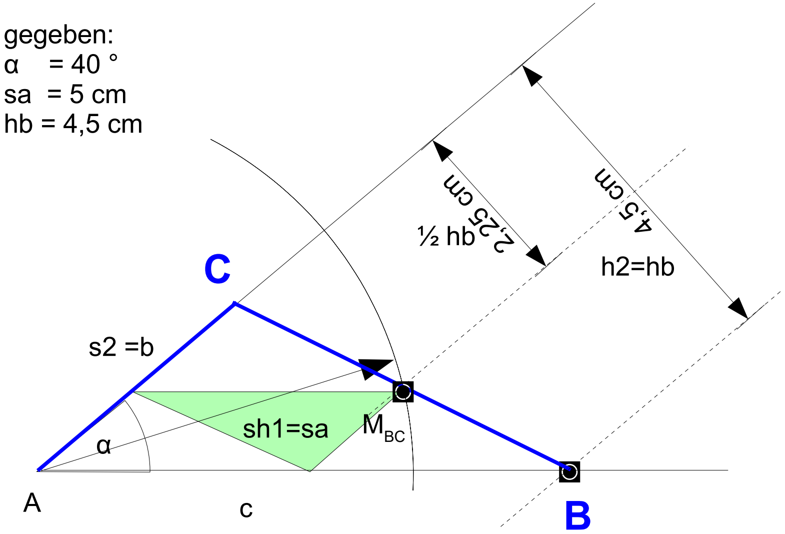
Konstruktion (61) w1, sh1, h2

(1) Zeichne eine Gerade g3 für die Seite s3
(2) Markieren des Eckpunktes E1 und antragen des Winkels w1
(3) Der zweite Schenkel liefert die Gerade g2 für s2
(4) Konstruiere eine Parallele zur Seite s2 im Abstand h2
(5) Der Schnittpunkt der parallelen mit der Geraden g3 ist der Eckpunkt E2
(6) Schlage um E1 einen Kreisbogen mit dem Radius sh1.
(7) Konstruiere eine Parallele zur Seite s2 im Abstand ½ ***h2***

Der Abstand der Mittelpunkte einer Seite zu den beiden anderen Dreiecksseiten ist jeweils die Hälfte der Höhe auf diese Seite.
(S. Dokument Dreiecke: Mittendreieck)

(8) Der Schnittpunkt der Parallelen mit dem Kreisbogen der Seitenhalbierenden sh1 ist der Mittelpunkt M1 der Seite s1
(9) Verlängere die Verbindungslinie von E2 und M1 bis zur Geraden g2
(10) Der Schnittpunkt mit der Geraden g2 ist der dritte Eckpunkt E3

gegeben:
α = 40 °
sa = 5 cm
hb = 4,5 cm



Andeutungsweise in grün das Mittendreieck, auch, wenn es als solches zur Konstruktion hier nicht gebraucht wird.

Mathematik – Intensivkurs: Dreieckskonstruktionen

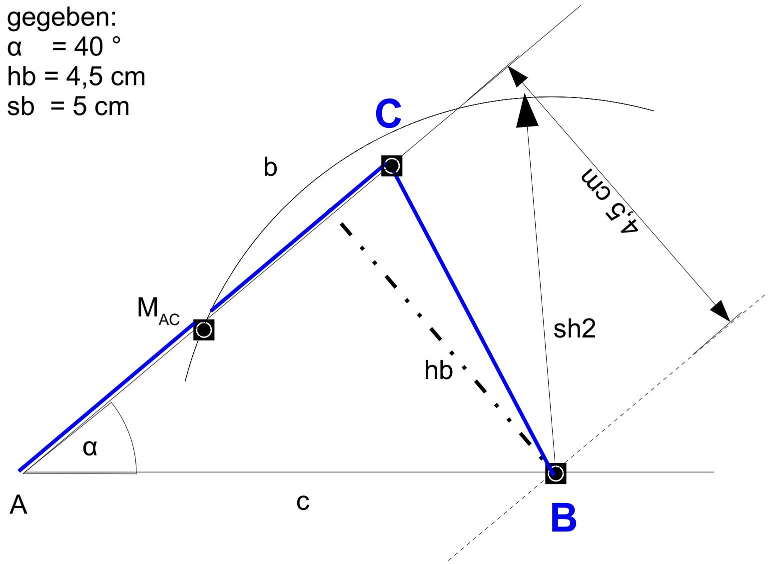
Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele

Dreiecke Konstruktion

Konstruktion (62) w1, h2, sh2

(1) Zeichne eine Gerade g3 für die Seite s3
(2) Markieren des Eckpunktes E1 und antragen des Winkels w1
(3) Der zweite Schenkel liefert die Gerade g2 für s2
(4) Ziehe zu dieser Geraden eine Parallele im Abstand h2.
(5) Der Schnittpunkt der Parallelen mit der Gerade g3 liefert den Eckpunkt E2
(6) Schlage um den Eckpunkt E2 einen Kreisbogen mit dem Radius sh2.
(7) Der Schnittpunkt des Kreisbogens mit der Geraden g2 liefert den Mittelpunkt M2 der Dreiecksseite s2.
(8) Die doppelte Strecke von E1 zu M2 liefert den dritten Eckpunkt E3

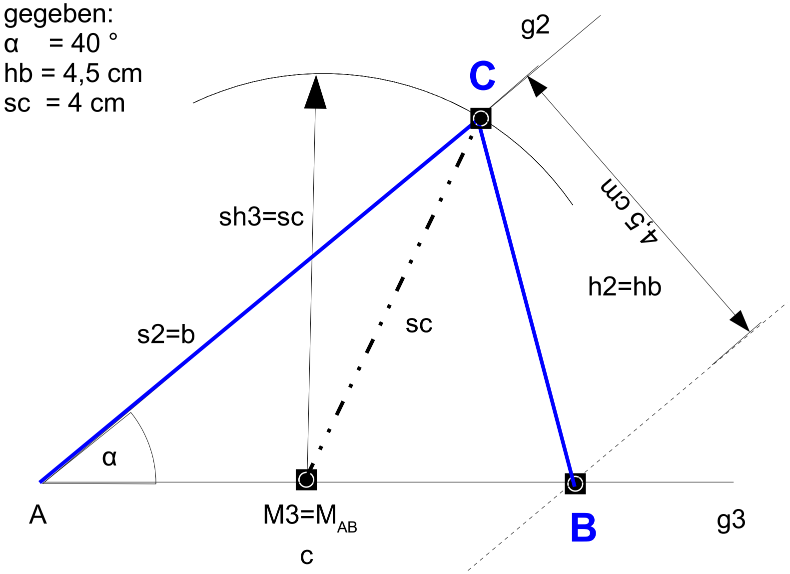
gegeben:
α = 40 °
hb = 4,5 cm
sb = 5 cm



Konstruktion (63) w1, h2, sh3

(1) Zeichne eine Gerade g3 für die Seite s3
(2) Markieren des Eckpunktes E1 und antragen des Winkels w1 erzeugt eine Gerade g2 für die Seite s2
(3) Konstruiere eine Parallele zu g2 im Abstand h2.
(4) Der Schnittpunkt der Parallelen mit der Geraden g3 liefert den Eckpunkt E2
(5) Konstruiere des Mittelpunkt M3 von s3
(6) Schlage um M3 einen Kreis mit dem Radius sh3.
(7) Der Schnittpunkt des Kreises mit der Geraden g2 liefert den dritten Eckpunkt E3

gegeben:
α = 40 °
hb = 4,5 cm
sc = 4 cm



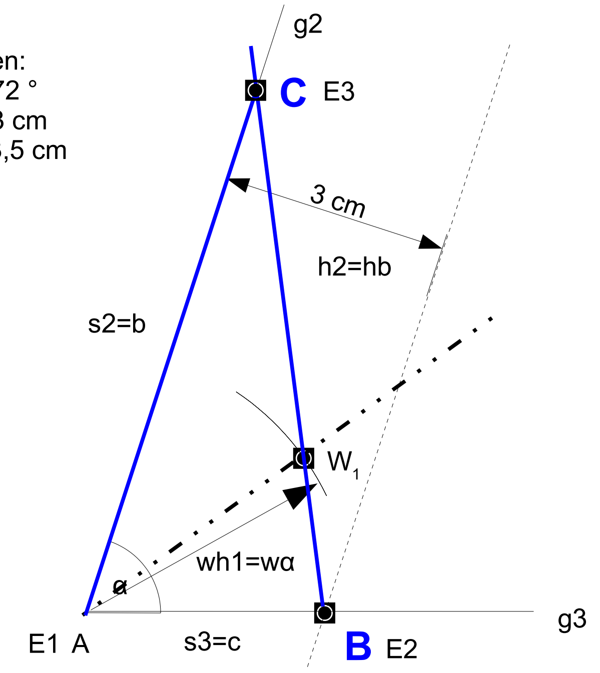
Mathematik – Intensivkurs: Dreieckskonstruktionen		
Thema	**Gesetze und Regeln**	**Musterbeispiele**

Dreiecke Konstruktion

Konstruktion (64) w1, wh1, h2

(1) Zeichne eine Gerade g3 für die Seite s3
(2) Markieren des Eckpunktes E1 und antragen des Winkels w1 erzeugt eine Gerade g2 für die Seite s2
(3) Konstruiere eine Parallele zu g2 im Abstand h2.
(4) Der Schnittpunkt der Parallelen mit der Geraden g3 liefert den Eckpunkt E2
(5) Konstruiere in E1 die Winkelhalbierende wh1 (als Gerade)
(6) Schlage um E1 einen Kreis mit dem Radius wh1
(7) Der Schnittpunkt des Kreises mit der Geraden der Winkelhalbierenden ist der Fußpunkt der Winkelhalbierenden W1
(8) Verlängere die Verbindungslinie von E2 und W1 bis zur Geraden g2.
(9) Der Schnittpunkt liefert den dritten Eckpunkt E3

gegeben:
α = 72 °
hb = 3 cm
$w\alpha$ = 3,5 cm



Treff Lernen
Christina Strauch

Mathematik – Intensivkurs: Dreieckskonstruktionen

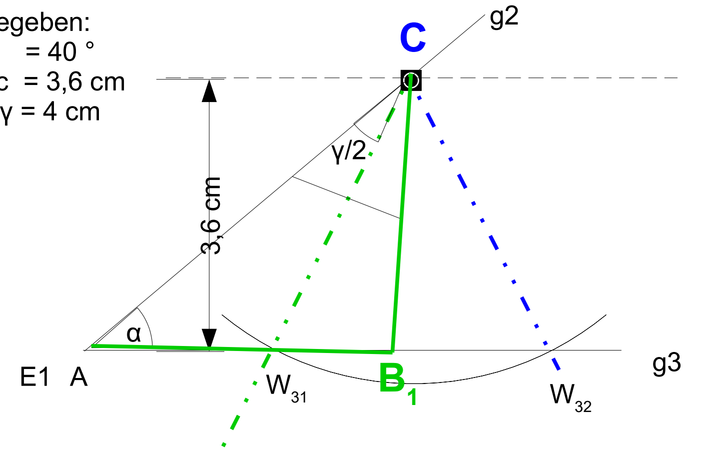
Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele

Dreiecke Konstruktion

Konstruktion (65) w1, h2, wh2

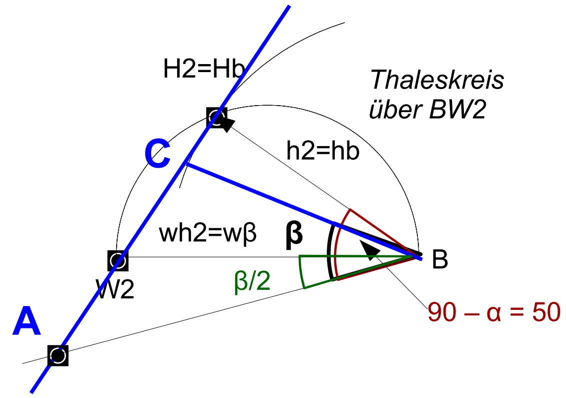
(1) Zeichne eine Gerade g3 für die Seite s3
(2) Markieren des Eckpunktes E1 und antragen des Winkels w1 erzeugt eine Gerade g2 für die Seite s2
(3) Konstruiere eine Parallele zu g3 im Abstand h2.
(4) Der Schnittpunkt der Parallelen mit der Geraden g2 liefert den Eckpunkt E3
(5) Schlage um E3 einen Kreisbogen mit dem Radius wh2
(6) Die Schnittpunkte des Kreisbogens mit der Geraden g3 sind die Fußpunkte der Winkelhalbierenden
(7) g2 und die Winkelhalbierende wh3 bilden den Winkel w3/2.
(8) Verdopple den Winkel zu w3
(9) Der Schnittpunkt mit der Geraden g3 liefert den Eckpunkt E2

gegeben:
α = 40 °
hc = 3,6 cm
wγ = 4 cm



(1) Zeichne die Winkelhalbierende wh2 mit angegebener Länge
(2) Die Endpunkte der Strecke sind E2 und W2.
(3) Schlage über dieser Strecke den Thaleskreis.
(4) Schlage von der Ecke E2 einen Kreisbogen mit dem Radius h2
(5) Der Schnittpunkt des Kreisbogens mit dem Thaleskreis ergibt den Höhenfußpunkt H2 für die Seite s2
(6) Die Verbindungsgerade der Punkte W2 und H2 ergibt die Trägergerade für die Seite s2
(7) Der Winkel am Höhenfußpunkt H2 beträgt 90 , der Winkel im Eckpunkt E1 beträgt w1, damit ist in dem rechtwinkligen Dreieck ∆ABH2 der Winkel in der Ecke B (E2) gleich 90 – α (rot eingezeichnet). (Die Lage des Punktes A ist noch nicht bekannt)
(8) Die Verlängerung des zweiten Schenkels von β mit der Trägergeraden g2 ergibt den Schnittpunkt E1 (A)
(9) Damit ist die Größe des Winkels ∢ABW2 bekannt, die genau β/2 ist (grün eingezeichnet).
(10) Verdopple den Winkel und man erhält β .
(11) Der Schnittpunkt des zweiten Schenkels mit der Geraden g2 liefert den dritten Eckpunkt C

gegeben:
α = 40 °
hb = 3,6 cm
wβ = 4 cm



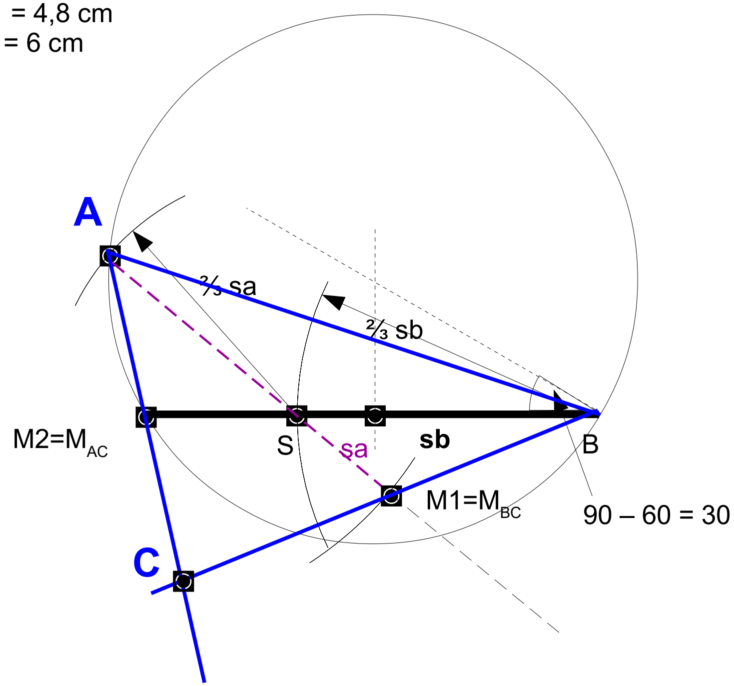
Treff Lernen CHRISTINA STRAUCH

Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele
Dreiecke Konstruktion	**Konstruktion (67) w1, sh1, sh2**	gegeben:

(1) Zeichne die Strecke sh2. Die Enden der Strecke sind E2 und M2, der Mittelpunkt der Dreiecksseite s2
(2) Konstruiere des Ortsbogen über dieser Strecke zum Winkel w1
(3) Trage auf der Strecke sh2 vom Eckpunkt E2 aus die Länge von ⅔ sh2 ab. Der Konstruierte Punkt ist der Schwerpunkt S des Dreiecks und damit der Schnittpunkt aller Seitenhalbierenden
(4) Schlage um S einen Kreisbogen mit dem Radius ⅔ sh1.
(5) Der Schnittpunkt des Kreisbogens mit dem Ortsbogen ist der Eckpunkt E1
(6) Verlängere die Verbindung zwischen E1 und M2 über M2 hinaus.
(7) Trage die Verbindungslinie zwischen E1 und S ein und verlängere diese über S hinaus. Das ist die Trägergerade für sh1.
(8) Trage auf dieser Geraden von E1 aus die Länge sh1 ab. Der entstehende Punkt ist der Mittelpunkt M1 der Seite s1
(9) Verlängere die Verbindung von E2 und M1 über M1 hinaus.
(10) Der Schnittpunkt mit der Verlängerung von E1 und M2 ergibt den dritten Eckpunkt E3

(E1M2 ist auch die halbe Seitenlänge von s2. Deshalb kann die Strecke verdoppelt werden und man erhält den dritten Eckpunkt E3, Das gleiche trifft für E2M1 zu.)

gegeben:
α = 60 °
sa = 4,8 cm
sb = 6 cm



Mathematik – Intensivkurs: Dreieckskonstruktionen

Thema	Gesetze und Regeln	Musterbeispiele
Dreiecke Konstruktion	**Konstruktion (70)** **w1, sh2, sh3** (1) Zeichne eine Gerade für die Seitenhalbierende sh2 (=sa). Markiere den Punkt A und trage auf der Geraden drei Punkte ab: S – ⅔ sh2 (Schwerpunkt des Dreiecks) M2 – sh2 (Seitenmittelpunkt der Seite a F – 2 sh2 (Hilfspunkt für die Konstruktion des Parallelogramms) (2) Der Eckpunkt B liegt auf einem Kreis um den Punkt S mit dem Radius ⅔ sh3 (! die zweite Seitenhalbierende) (3) Der Eckpunkt B liegt auf einem Ortsbogen um die Strecke M2F zum Winkel 60°; Schnittpunkt der beiden Kreise ist der Eckpunkt E3 (=B) (4) C liegt auf der Verlängerung von B und M2. In M2 ist noch einmal die Länge BM2 anzutragen, da M2 der Mittelpunkt de Seite ist.	gegeben: γ = 60 ° sa = 4,0 cm sb = 5,1 cm